

# Analiza wyników egzaminu maturalnego z matematyki

## Wstęp

Egzamin maturalny z matematyki został przeprowadzony w dniu 9 maja 2005 r. Na egzamin zostały przygotowane przez Centralną Komisję Egzaminacyjną trzy zestawy arkuszy egzaminacyjnych:

- Standardowy, oznaczony symbolami MMA-P1A1P-052, MMA-R1A1P-052 dla uczniów bez dysfunkcji oraz dla uczniów słabo słyszących i niesłyszących.
- Dostosowany do potrzeb maturzystów słabo widzących, oznaczony symbolami MMA-P1A4P-052, MMA-R1A4P-052 (czcionka 16 pkt.).
- Zestaw dla uczniów niewidomych, oznaczony symbolami MMA-P1A6P-052, MMA-R1A6P-052.

O godzinie 9.00 w naszym okręgu, obejmującym województwa dolnośląskie i opolskie, do rozwiązywania zadań z Arkusza I przystąpiło 8374 maturzystów. Po regulaminowej przerwie między obiema częściami egzaminu, o godzinie 11.45 do rozwiązywania zadań z Arkusza II przystąpiło 5772 maturzystów. Poniższe opisy oraz analizy dotyczą zestawu standardowego arkuszy egzaminacyjnych.

## 1. Opis zestawu egzaminacyjnego

### Arkusz I

Arkusz egzaminacyjny I, dla poziomu podstawowego (MMA-P1A1P-052), stanowiący jednocześnie część I egzaminu na poziomie rozszerzonym, zawierał:

- instrukcję dla zdającego,
- 10 zadań otwartych o zróżnicowanej punktacji (1 zadanie za 3 punkty, 3 zadania po 4 punkty, 2 zadania po 5 punktów, 3 zadania po 6 punktów i 1 zadanie za 7 punktów) wraz z miejscem na rozwiązanie pod tekstem każdego zadania,
- pięć czystych stron przeznaczonych na brudnopis.

Za rozwiązanie wszystkich zadań maturzyści z tego arkusza mogli uzyskać maksymalnie 50 punktów.

Karta punktowa dołączona do arkusza odzwierciedlała schemat punktowania zadań i zawierała 44 wiersze, wśród których w 38 wierszach było miejsce na przydzielenie albo 0, albo 1 punktu, natomiast w pozostałych 6 wierszach albo 0, albo 1, albo 2 punkty.

Pięć zadań (nr: 4, 5, 7, 8, 9) zawierało tzw. kontekst realistyczny. Za ich rozwiązanie można było uzyskać maksymalnie 26 punktów.

Szczegółową listę umiejętności badanych zadaniami z tego arkusza w odniesieniu do standardów wymagań egzaminacyjnych oraz do treści z *Podstawy programowej matematyki*, a nawet do schematu punktowania przedstawiono w kartotece arkusza egzaminacyjnego I (tabela 1).

### Arkusz II

Arkusz egzaminacyjny II (MMA-R1A1P-052) – część druga egzaminu na poziomie rozszerzonym – zawierał:

- instrukcję dla zdającego,
- 9 zadań otwartych o zróżnicowanej punktacji (1 zadanie za 3 punkty, 3 zadania za 4 punkty, 2 zadania po 5 punktów, 1 zadanie za 7 punktów, 1 zadanie za 8 punktów oraz 1 zadanie za 10 punktów) wraz z miejscem na rozwiązanie pod tekstem każdego zadania,
- trzy czyste strony przeznaczone na brudnopis.

Za rozwiązanie wszystkich zadań z tego arkusza maturzyści mogli uzyskać maksymalnie 50 punktów.

Karta punktowa dołączona do arkusza zawierała tym razem 43 wiersze (w 37 wierszach było miejsce na przydzielenie 0 albo 1 punktu, natomiast w 6 wierszach 0, albo 1, albo 2 punkty).

Zadania badały opanowanie umiejętności określonych wszystkimi standardami i były dostosowane do *Podstawy programowej matematyki*. W tabeli 2. przedstawiono kartotekę arkusza egzaminacyjnego II wraz z odniesieniem do standardów wymagań egzaminacyjnych oraz do treści z *Podstawy programowej matematyki*.

**Tabela 1.** Kartoteka arkusza egzaminacyjnego I

Numer zadania	Badana czynność Zdający potrafi:	Numer standardu	Numer treści ze standardu I	Liczba punktów	Numer czynności w schemacie punktowania
1	obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie definicji klasycznej lub za pomocą drzewa	II. 2a)	9b	2	1.1, 1.2
	porównywać liczby wymierne	I	1c	1	1.3
2	rozwiązywać nierówności związane z funkcją homograficzną	II. 2a)	3h	2	2.1, 2.2
	wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym	I	5a	2	2.3, 2.4
3	zastosować twierdzenie Bézout	II. 2a)	3e	2	3.1, 3.2
	rozłożyć wielomian na czynniki i wyznaczyć pierwiastki wielomianu	II. 2a)	3d	2	3.3, 3.4
4	podać opis matematyczny zadania tekstowego stosując własności ciągu geometrycznego	III. 1a)	5b, 3h	5	4.1–4.5
5	podać opis matematyczny danej sytuacji w postaci funkcji	III. 1a)	3b	2	5.1, 5.2
	wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych	II. 2a)	3b	2	5.3, 5.4
6	zapisać w postaci przedziałów liczbowych zbiory opisane za pomocą nierówności z wartością bezwzględną typu $ x - a  < b$	II. 2a)	1h	2	6.1
	wykonywać działania na wyrażeniach algebraicznych, w tym stosować wzór skróconego mnożenia na sześciu różnicy	II. 2a)	3c	1	6.2
	rozwiązywać nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą	II. 2a)	3b	1	6.2
	wyznaczać iloczyn i różnicę zbiorów	II. 2a)	1g	2	6.3, 6.4
7	przedstawiać dane empiryczne w postaci diagramu	II. 2b)	9c	1	7.1
	obliczać średnią ważoną zbiorów danych	II. 2a)	9c	1	7.2
	obliczać wariancję i odchylenie standardowe danej próby	II. 2a)	9c	3	7.3, 7.4
8	korzystać z własności czworokąta wypukłego opisanego na okręgu	II. 2a)	6a	2	8.1
	obliczać pola podstawowych figur płaskich	II. 2c)	6b	2	8.2, 8.3
	szacować wyniki obliczeń z zadaną dokładnością i wykonywać obliczenia procentowe	II. 2c)	1i, 1j	2	8.4, 8.5
9	stosować procent składany w zadaniach również dotyczących oprocentowania lokat	I	5c	1	9.2
	podać opis matematyczny danej sytuacji	III. 1a)	5c	2	9.1, 9.3
	wykonywać działania na potęgach o wykładnikach całkowitych	I	1e	1	9.4
	rozwiązać algebraicznie układ równań liniowych z dwiema niewiadomymi	II. 2a)	3h	2	9.5
10	określić kąt między wysokościami przeciwległych ścian bocznych w ostrosłupie prawidłowym czworokątnym	I	8a, 8b	2	10.1, 10.2
	wyznaczyć objętość ostrosłupa z zastosowaniem trygonometrii	II. 2a)	8c	5	10.3–10.6

Tabela 2. Kartoteka arkusza egzaminacyjnego II

Numer zadania	Badana czynność	Numer standardu	Numer treści ze standardu I	Liczba punktów	Numer czynności w schemacie punktowania
	Zdający potrafi:				
11	wyznaczyć dziedzinę funkcji logarytmicznej (w tym rozwiązać nierówności wielomianowe)	I	3c) R	3	11.1–11.3
12	sporządzić wykres funkcji trygonometrycznej	III. 1c)	4b)	2	12.1, 12.2
	rozwiązać równanie trygonometryczne	III. 1b)	5b) R	2	12.3
13	obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie definicji klasycznej lub za pomocą drzewa	II. 2)R	9b)	1	13.1
	stosować schemat Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa	II. 2)R	11c) R	2	13.2, 13.3
	rozwiązywać nierówności wykładnicze	II. 2)R	4b) R	1	13.4
14	obliczać sumę $n$ kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego	II. 2)R	5b)	4	14.1, 14.2
	obliczyć granicę ciągu liczbowego	II. 2)R	6b) R	1	14.3
15	zastosować przedstawiony algorytm do rozwiązania problemu teoretycznego	II. 1b)	8c) R	4	15.1–15.4
16	wyznaczać przekroje płaskie wielościanów	III. 1c)	10a) R	2	16.1
	obliczać pola figur płaskich, m.in. z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych	II. 2)R	6b)	2	16.2, 16.3
	stosować własności jednokładności i podobieństwa w rozwiązywaniu zadań	II. 2)R	8d) R	1	16.4
17	przeprowadzić rozumowanie typu matematycznego stosując m.in. wzory skróconego mnożenia	III. 2)R	1e), 3c)	7	17.1–17.6
18	rozwiązać układ równań z dwiema niewiadomymi, z których przynajmniej jedno jest stopnia drugiego	II. 2a)	3h)	3	18.1, 18.2
	uzasadnić, że czworokąt jest trapezem równoramiennym	III. 2b) R	7a), 7b)	1	18.3
	wyznaczyć współrzędne środka i długość promienia okręgu opisanego na czworokącie	II.2a)	9a) R	3	18.4–18.6
	przedstawić okrąg za pomocą równania z dwiema niewiadomymi	I.9a) R	9a) R	1	18.7
19	wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej (w tym stosować wzory Viète'a)	III. 2)R	3a) R, 3c) R	3	19.1–19.3
	obliczać pochodne wielomianów i funkcji wymiernych	II. 2)R	7c) R	2	19.4, 19.5
	stosować pochodną do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych	III. 2)R	7d) R	5	19.6–19.9

## 2. Podstawowe statystyki wyników egzaminu

W tej części przedstawiono statystyczne zestawienia wyników egzaminu maturalnego z matematyki na obu poziomach ujęte w formie tabel lub wykresów. Komentarze dotyczące wyników uzyskanych przez maturzystów w poszczególnych zadaniach z obu arkuszy zawarto w rozdziale 3.

### Arkusz I – poziom podstawowy pierwsza część egzaminu na poziomie rozszerzonym

Do 120-minutowej I części egzaminu maturalnego z matematyki w naszym okręgu przystąpiło 8374 uczniów. 11 laureatów i finalistów olimpiady miało zagwarantowany prawem maksymalny wynik egzaminu. W poniższej analizie, oprócz laureatów olimpiady, nie uwzględniono również maturzystów, którzy ze względów losowych nie zdawali egzaminu w maju (były 3 takie osoby). Osoby te zadeklarowały zdawanie egzaminu w terminie dodatkowym w czerwcu, jednak tylko dwie z nich zgłosiły się na egzamin.

W tabeli 3. zebrano dane dotyczące przystępujących do egzaminu maturalnego z matematyki w dniu 9 maja 2005 r., z rozbiciem na województwa i typy szkół.

**Tabela 3.** Liczba przystępujących do egzaminu maturalnego z matematyki w sesji wiosennej 2005 r.

Typ szkoły	Okręg	Woj. dolnośląskie	Woj. opolskie
Liceum ogólnokształcące	<b>6867 (82%)</b>	5124 (83,1%)	1743 (78,9%)
Liceum profilowane	<b>1507 (18%)</b>	1043 (16,9%)	464 (21,1%)
<b>Razem</b>	<b>8374 (100%)</b>	<b>6167 (100%)</b>	<b>2207 (100 %)</b>

Tabela 4. zawiera z kolei procentowe dane pokazujące zdawalność matury z matematyki wybranej jako przedmiot obowiązkowy. Zdawalność oznacza zdobycie przez zdających przynajmniej 30% punktów za rozwiązywanie zadań z Arkusza I.

**Tabela 4.** Zdawalność matematyki wybranej jako przedmiot obowiązkowy w sesji wiosennej 2005 r.

Typ szkoły	Okręg	Woj. dolnośląskie	Woj. opolskie
Liceum ogólnokształcące	<b>90,9%</b>	91,5%	89,3%
Liceum profilowane	<b>53,7%</b>	58%	44,2%
<b>Razem</b>	<b>83,8%</b>	<b>85,5%</b>	<b>79,2%</b>

W tabeli 5. zestawiono podstawowe dane statystyczne wszystkich zadań z arkusza I.

**Tabela 5.** Statystyki zadań z Arkusza I, egzamin maturalny z matematyki, sesja wiosenna 2005 r. (N = 8374)

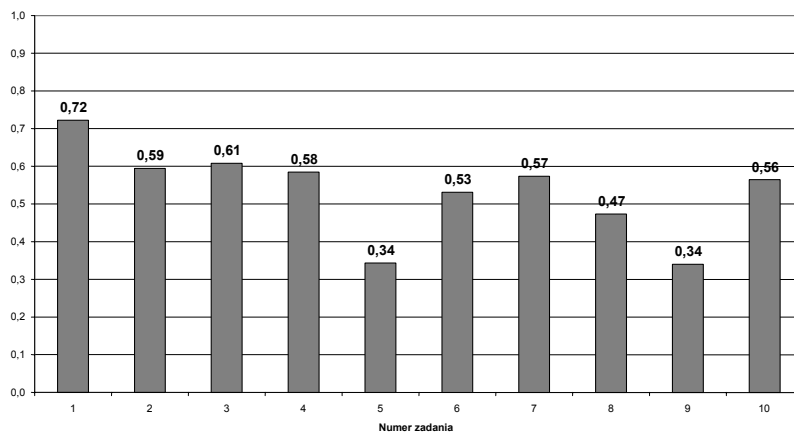
	Numer zadania w Arkuszu I									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Maksymalna liczba punktów do	3	4	4	5	4	6	5	6	6	7
Średnia liczba uzyskanych punktów	2,17	2,38	2,43	2,92	1,37	3,19	2,86	2,84	2,04	3,95
Wskaźnik łatwości zadania	<b>0,72</b>	<b>0,59</b>	<b>0,61</b>	<b>0,58</b>	<b>0,34</b>	<b>0,53</b>	<b>0,57</b>	<b>0,47</b>	<b>0,34</b>	<b>0,56</b>

- Maturzyści osiągnęli średnio 26,2 punktów z 50 możliwych w arkuszu, odchylenie standardowe równa się 11,8. Mediana ma wartość 28 punktów, zaś modalna to 15 punktów.
- Rozstęp wyników jest równy 50 punktów. W szczególności 2 zdających nie otrzymało żadnego punktu, zaś wszystkie punkty zdobyło 100 maturzystów.
- Wskaźnik łatwości zadań z tego arkusza wynosi zatem 0,52. Przyjmując kategorie zaproponowane przez prof. Bolesława Niemierkę, ten arkusz był dla zdających **umiarkowanie trudny**.
- Trzy zadania z tego arkusza były dla zdających **trudne** (zadania: 5., 8., 9.), sześć zadań to zadania **umiarkowanie trudne** (zadania: 2., 3., 4., 6., 7., 10.), jedno zaś (zadanie 1.) było zadaniem **łatwym**.

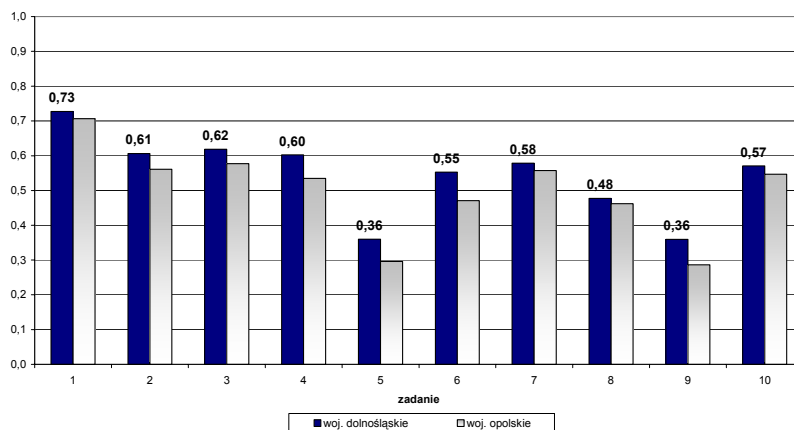
Obszerność karty punktowej dołączonej do arkusza nie pozwoliła niestety na obliczenie frakcji opuszczeń poszczególnych zadań z obu arkuszy.

Na wykresach 1., 2. i 3. przedstawiono wskaźniki łatwości zadań z Arkusza I, obliczone kolejno dla okręgu, dla poszczególnych województw oraz typów szkół.

**Wykres 1.** Wskaźniki łatwości zadań z Arkusza I obliczone dla całego okręgu, sesja wiosenna 2005 r. (N = 8347)

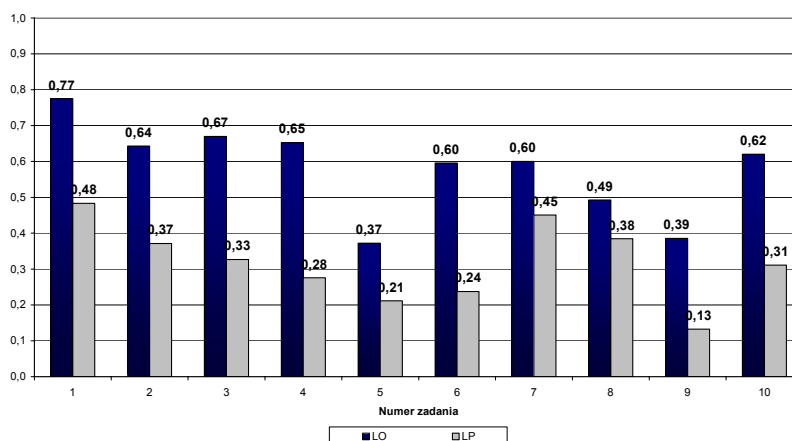


**Wykres 2.** Wskaźniki łatwości zadań z Arkusza I obliczone dla każdego województwa, sesja wiosenna 2005 r.



Każde zadanie z Arkusza I było nieznacznie trudniejsze dla maturzysty z województwa opolskiego niż dla zdających z województwa dolnośląskiego.

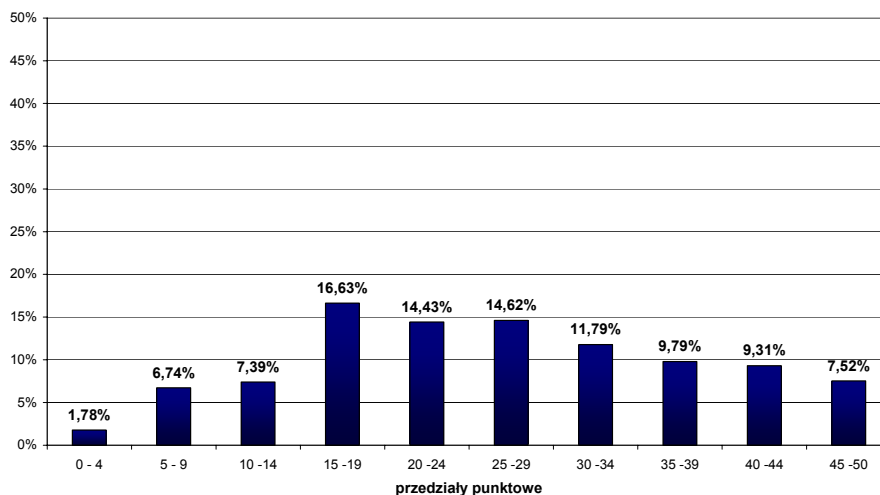
**Wykres 3.** Wskaźniki łatwości zadań z Arkusza I obliczone dla każdego typu szkoły, sesja wiosenna 2005 r.



Dla absolwentów liceum profilowanego zadanie 9. z Arkusza I było bardzo trudne, zaś wszystkie pozostałe były zadaniami trudnymi. Różnice między wskaźnikami łatwości dla tych dwóch typów szkół są bardzo wyraźne.

Cztery następne wykresy (4., 5., 6., 7.) ilustrują procentowe rozkłady wyników punktowych wszystkich zdających egzamin maturalny z matematyki (w okręgu, w poszczególnych województwach, w 3 typach miast oraz w 2 typach szkół). Wyniki są pogrupowane w przedziały długości 5 punktów (z wyjątkiem przedziału zawierającego najwyższe wyniki).

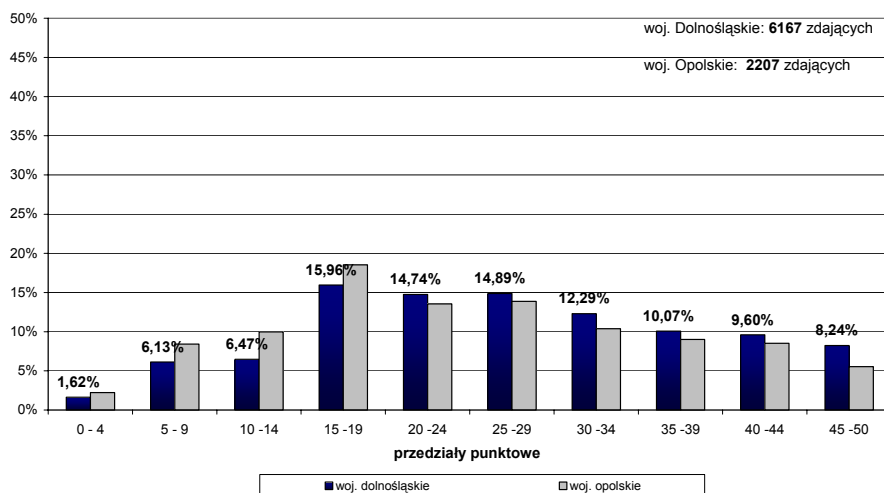
**Wykres 4.** Procentowy rozkład wyników punktowych zdających egzamin maturalny z matematyki, Arkusz I, sesja wiosenna 2005 r., (N = 8347)

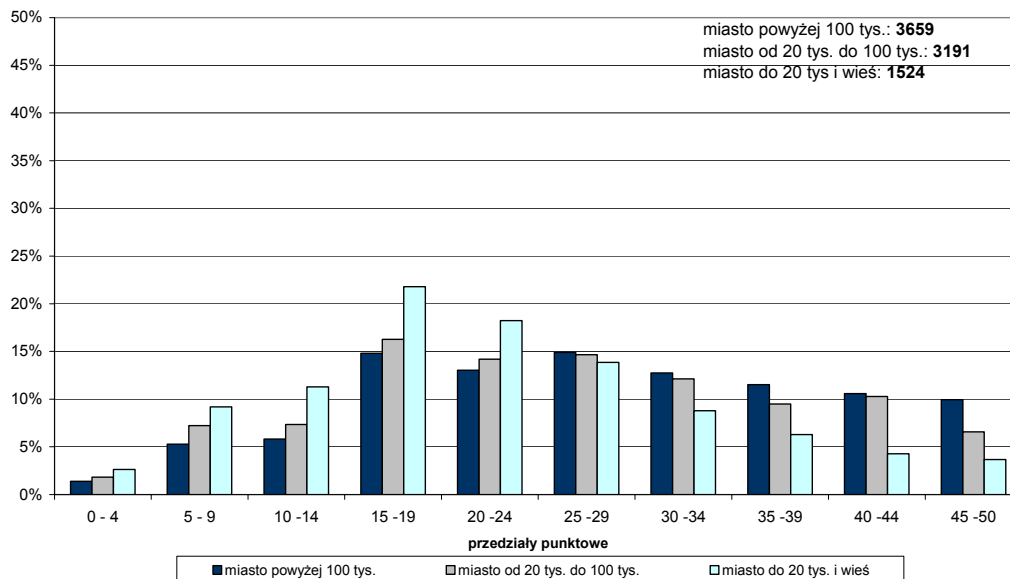


Wykres jest słabo prawoskośny i ma swoją dominantę. Jest nią słupek ilustrujący wielkość frakcji (16,63%) osób, które uzyskały wynik w granicach 15–19 punktów z 50 możliwych. Ponad 45% zdających uzyskało od 15 do 29 punktów na egzaminie, czyli od 30% do 60% punktów do zdobycia. W kontekście matematyki jako przedmiotu do wyboru na egzaminie maturalnym martwić musi licząca około 150 osób grupa maturzystów, którzy uzyskali nie więcej niż 4 punkty z 50. Na przeciwnym biegunie jest grupa licząca około 630 osób, które zdobyły przynajmniej 45 punktów. Maksymalną liczbę 50 punktów zdobyło 100 maturzystów.

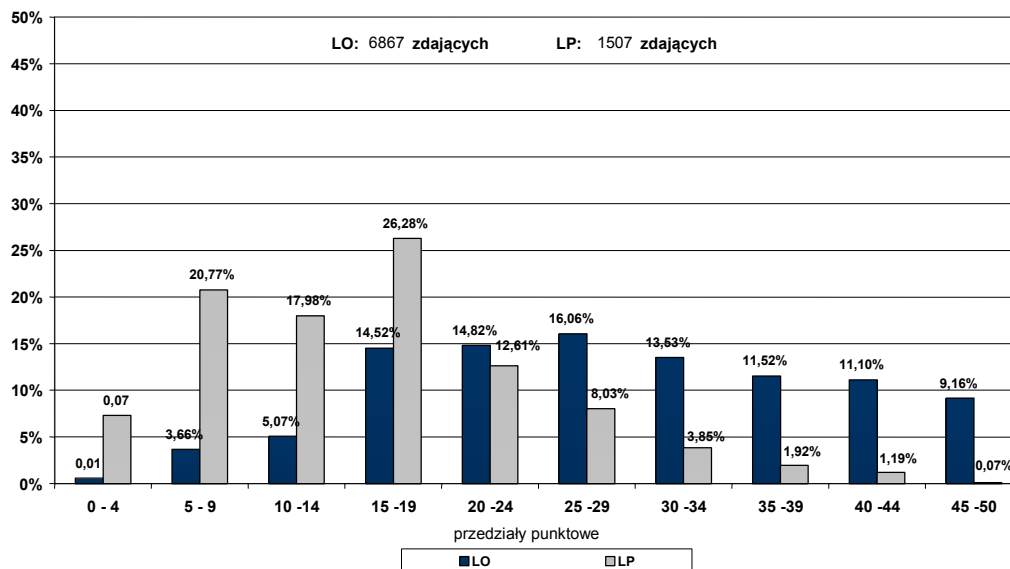
Zauważyć można (wykres 5. – etykiety z konieczności umieszczono tylko na jednym typie słupków – ilustrującym województwo dolnośląskie), że liczniejsze grupy maturzystów uzyskujących mniej niż 19 punktów są z województwa opolskiego. Później następuje odwrócenie: w każdym z przedziałów zawierającym wyniki wyższe niż 19 punktów jest więcej maturzystów z województwa dolnośląskiego.

**Wykres 5.** Procentowy rozkład wyników punktowych na egzaminie maturalnym z matematyki w poszczególnych województwach, Arkusz I, sesja wiosenna 2005 r., (N = 8347)



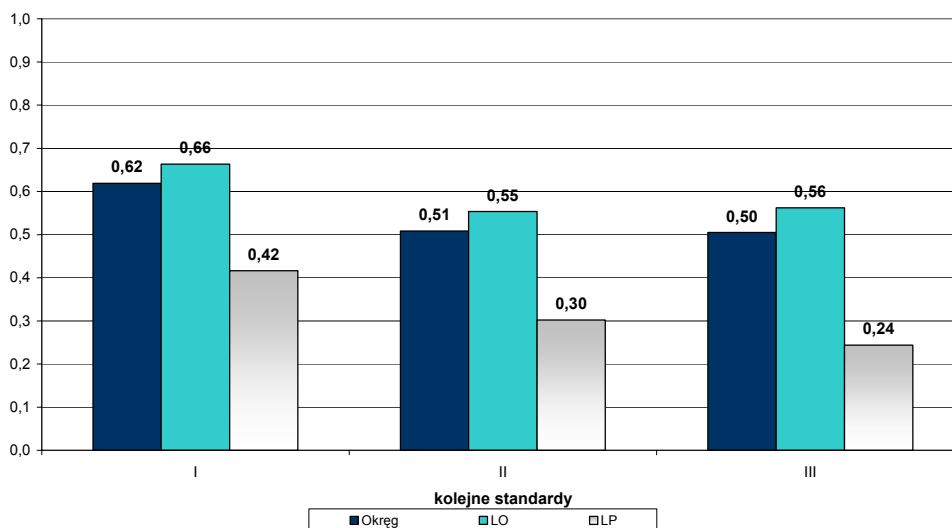
**Wykres 6.** Procentowy rozkład wyników punktowych na egzaminie maturalnym z matematyki w poszczególnych typach miast, Arkusz I, sesja wiosenna 2005 r., (N = 8347)

Daje się zauważyć, że w tych przedziałach, które zawierają wyniki niższe niż 25 punktów, maturzystów ze szkół w dużych miastach (ponad 100 000 mieszkańców) jest najmniej, najwięcej ze szkół położonych w miastach do 20 000 mieszkańców oraz na wsiach. Jeżeli zaś rozpatrywać wyniki lepsze niż połowa punktów z tego arkusza, to liczebności wymienionych grup są w odwrotnej relacji: zawsze najliczniejszą jest grupa maturzystów ze szkół w dużych miastach, a najmniej liczną jest ta ze szkół w małych miastach i na wsiach.

**Wykres 7.** Procentowy rozkład wyników punktowych na egzaminie maturalnym z matematyki w poszczególnych typach szkół, Arkusz I, sesja wiosenna 2005 r., (N = 8347)

W przedziałach zawierających wyniki niższe niż 20 punktów najwięcej jest uczniów liceów profilowanych, zaś w grupach wyników wyższych niż 20 punktów więcej jest uczniów liceów ogólnokształcących – im bliżej do maksymalnych wyników, tym różnica liczebności jest wyraźniejsza. Tylko jeden absolwent liceum profilowanego zdobył więcej niż 45 punktów, a z drugiej strony dla około 38% zdających z tych szkół matura z matematyki zakończyła się niepowodzeniem (w liceach ogólnokształcących odsetek niepowodzeń sięga 8,7%).

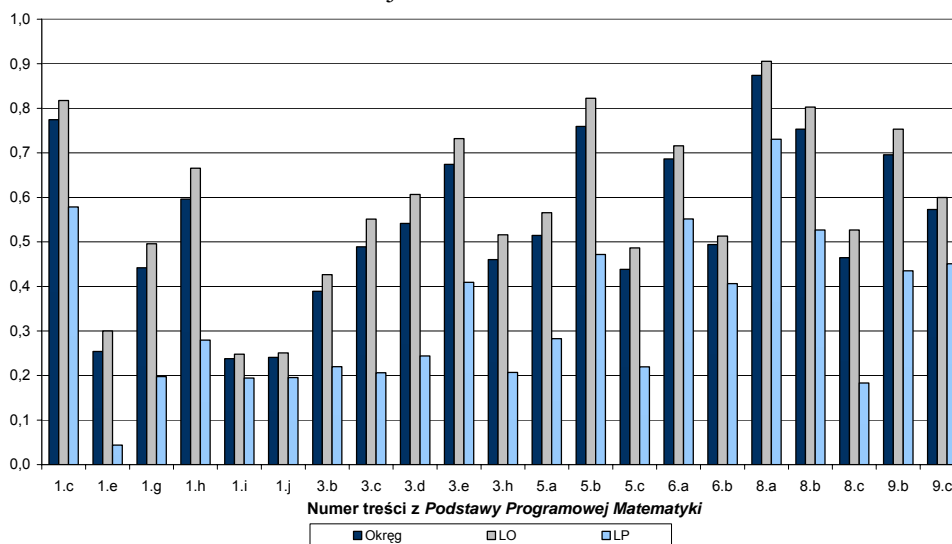
**Wykres 8.** Wskaźnik łatwości standardów wymagań egzaminacyjnych obliczony dla okręgu i typu szkoły



Na wykresie 8. przedstawiono wskaźnik łatwości standardu obliczony dla okręgu oraz dla dwóch typów szkół. Hierarchia standardów wymagań egzaminacyjnych badanych zadaniami z tego arkusza jest wyraźnie zachowana w liceach profilowanych. Zdający lepiej zaprezentowali wiadomości i umiejętności na poziomie I standardu niż dwóch pozostałych. W liceach ogólnokształcących jest nieznaczna różnica między skutecznością posługiwania się umiejętnościami „korzystania z informacji”, a umiejętnościami „tworzenia informacji”.

Ostatni w tej części wykres 9. ilustruje łatwość poszczególnych treści *Podstawy programowej matematyki*, na których zadaniami z Arkusza I zbadano umiejętności zdających.

**Wykres 9.** Łatwość treści z *Podstawy programowej matematyki* w zadaniach z Arkusza I, sesja wiosenna 2005 r.



Rozumiejąc istnienie związków i wzajemnego wpływu umiejętności i treści, na których się bada te umiejętności, stwierdzić należy, że **łatwe** dla wszystkich zdających były treści dotyczące:

- zbioru liczb rzeczywistych (podpunkt 1c *Podstawy programowej matematyki*),
- własności ciągu geometrycznego (podpunkt 5b),
- stereometrii (podpunkt 8a),
- pojęcia kąta dwuściennego (podpunkt 8b),



**Umiarkowanie trudne** były treści dotyczące:

- interpretacji geometrycznej wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej (podpunkt 1h),
- sposobu rozkładu wielomianu na czynniki (podpunkt 3d),
- twierdzenia Bezout (podpunkt 3e),
- określenia ciągu liczbowego (podpunkt 5a),
- własności czworokątów wypukłych (podpunkt 6a),
- pojęcia prawdopodobieństwa (podpunkt 9b),
- elementów statystyki opisowej (podpunkt 9c).

**Trudne** okazały się treści dotyczące:

- określenia potęgi o wykładniku wymiernym oraz praw działań na potęgach o wykładnikach wymiernych (podpunkt 1e),
- określenia przedziału liczbowego na osi oraz sumy, iloczynu i różnicy przedziałów liczbowych (podpunkt 1g),
- zasad szacowania wartości liczbowych (podpunkt 1i),
- sposobów wykonywania obliczeń procentowych (podpunkt 1j),
- własności funkcji kwadratowej (podpunkt 3b),
- określenia wielomianu i praw działań na wielomianach (podpunkt 3c),
- sposobów rozwiązywania równań wielomianowych oraz równań i nierówności z funkcją homograficzną (podpunkt 3h),
- procentu składanego (podpunkt 5c),
- związków miarowych w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii (podpunkt 6b),
- związków miarowych w bryłach z zastosowaniem trygonometrii (podpunkt 8c).

Wykres 9. pokazuje wyraźne zróżnicowanie łatwości treści w obu typach szkół.

## Arkusz II – część druga egzaminu na poziomie rozszerzonym

W dniu 9 maja 2005 r., po trwającej 45 minut regulaminowej przerwie między obiema częściami egzaminu maturalnego z matematyki, do rozwiązywania zadań z Arkusza II przystąpiło 5772 maturzystów, to znaczy 68,9% tych zdających, którzy rozwiązywali zadania z Arkusza I. Szczegółowe zestawienie zdających zamieszczono w tabeli 6.

**Tabela 6.** Liczba przystępujących do egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie rozszerzonym w sesji wiosennej 2005 r.

Typ szkoły	Okręg	Woj. dolnośląskie	Woj. opolskie
Liceum ogólnokształcące	<b>5450 (94,4%)</b>	4142 (94,2%)	1308 (95,1%)
Liceum profilowane	<b>322 (5,6%)</b>	255 (5,8%)	67 (4,9%)
<b>Razem</b>	<b>5772 (100%)</b>	<b>4397 (100%)</b>	<b>1375 (100%)</b>

W tabeli 7. zestawiono wskaźniki łatwości zadań z Arkusza II. Rozbudowana karta punktowa dołączona do arkusza uniemożliwiła zbadanie frakcji opuszczeń poszczególnych zadań.

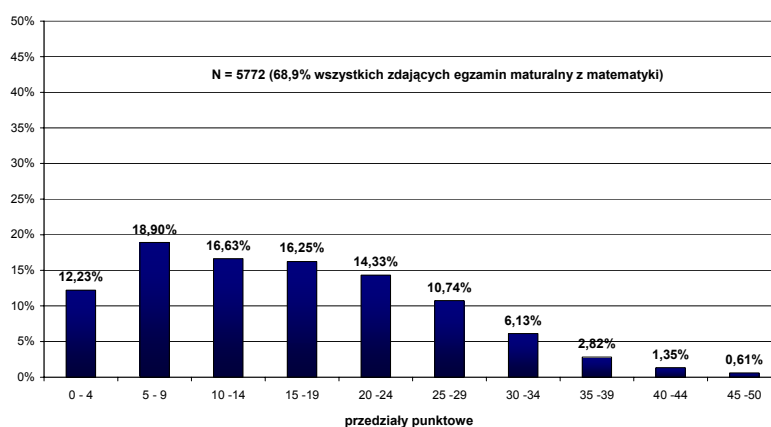
**Tabela 7.** Wskaźniki łatwości zadań z Arkusza II, egzamin maturalny z matematyki, poziom rozszerzony, sesja wiosenna 2005 r. (N = 5772)

	Numer zadania w Arkuszu II								
	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Maksymalna liczba punktów do uzyskania	3	4	4	4	4	5	7	8	10
Średnia liczba uzyskanych punktów	1,49	0,53	0,89	2,62	3,18	1,00	0,64	3,40	2,47
Wskaźnik łatwości zadania	<b>0,50</b>	<b>0,13</b>	<b>0,22</b>	<b>0,52</b>	<b>0,80</b>	<b>0,20</b>	<b>0,09</b>	<b>0,42</b>	<b>0,25</b>

- Zdający uzyskali średni wynik równy 16,2 punktu z 50 możliwych, odchylenie standardowe jest równe 10,1. Mediana ma wartość 15 punktów, modalna to 5 punktów.
- Rozstęp wyników jest równy 50 punktów. W szczególności maksymalną liczbę punktów uzyskały 3 osoby. Żadnego punktu nie zdobyło 105 osób.
- Średnia łatwość arkusza równa się 0,32, co oznacza, że był to arkusz **trudny**.
- W omawianym zestawie było tylko jedno zadanie **łatwe** – zadanie 15. Dwa zadania (zadanie 11. i zadanie 14.) były zadaniami **umiarkowanie trudnymi**, 4 zadania były **trudne** (zadanie 13., 16., 18., i zadanie 19.), zaś dwa (zadanie 12. i zadanie 17.) **bardzo trudne**.

W odniesieniu do egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie rozszerzonym nie można mówić o jego zdawalności. Na wykresie 9. przedstawiono zatem procentowy rozkład wyników punktowych zdających, pogrupowanych, podobnie jak w przypadku Arkusza I, w przedziały o długości 5 punktów (z wyjątkiem grupy najwyższych wyników).

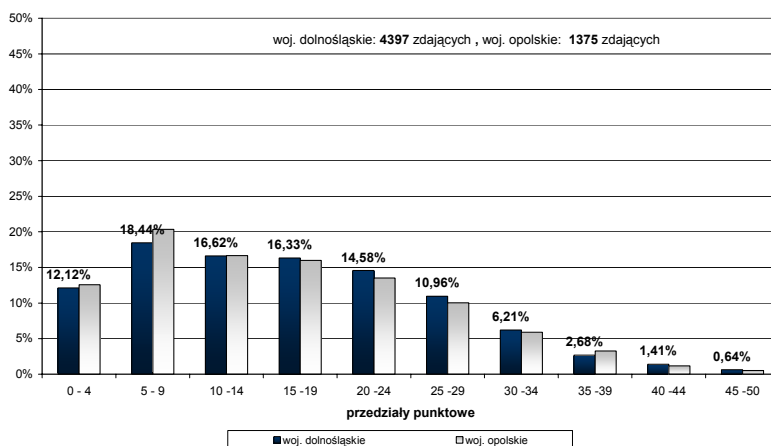
**Wykres 9.** Procentowy rozkład wyników punktowych pogrupowanych w przedziały, Arkusz II, sesja wiosenna 2005 r.



Wykres jest wyraźnie prawoskośny, z dominantą (18,9%) w przedziale 5–9 punktów z 50 możliwych do zdobycia w Arkuszu II. Uwagę zwraca słupek pierwszy, ilustrujący wielkość frakcji zdających, którzy zdobyli mniej niż 5 punktów za zadania z tego arkusza. W szczególności 105 osób nie zdobyło żadnego punktu (1,8% rozwiązujących zadania z Arkusza II). Na drugim biegunie jest 35 uczniów, którzy uzyskali wyniki z przedziału 45–50 punktów, a wśród nich 3 osoby, które zdobyły maksymalną liczbę punktów. Ponad 75% zdających uzyskało nie więcej niż połowę punktów za rozwiązania zadań z tego arkusza.

Na kolejnych trzech wykresach (10., 11., 12.) przedstawiono procentowe rozkłady wyników punktowych za rozwiązania zadań z tego arkusza odniesione do województw, wielkości miast i typów szkół.

**Wykres 10.** Procentowy rozkład wyników punktowych pogrupowanych w przedziały punktowe, odniesiony do obu województw, Arkusz II, sesja wiosenna 2005 r.

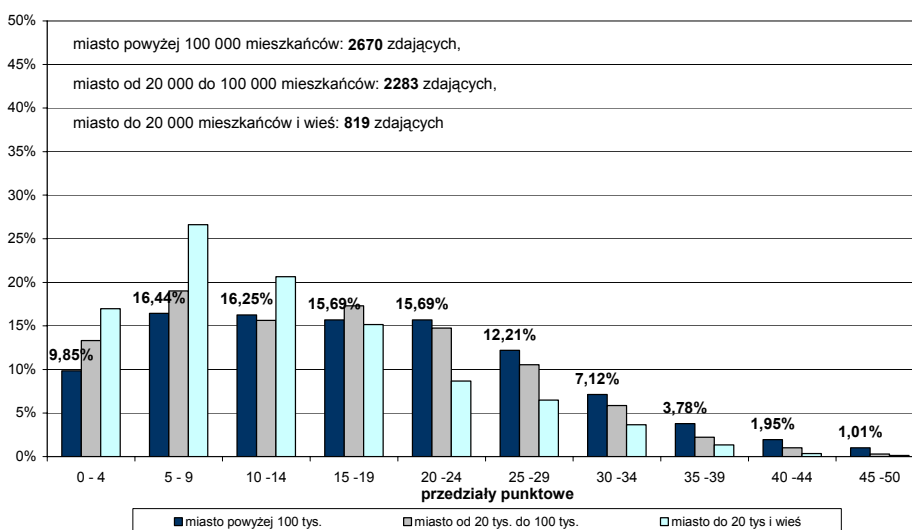


Szczupłość miejsca umożliwiła podanie etykiet na serii danych dotyczących województwa dolnośląskiego. Kształt wykresu pozostał niezmienny. Wyniki zdających w poszczególnych województwach nieznacznie się od siebie różnią.

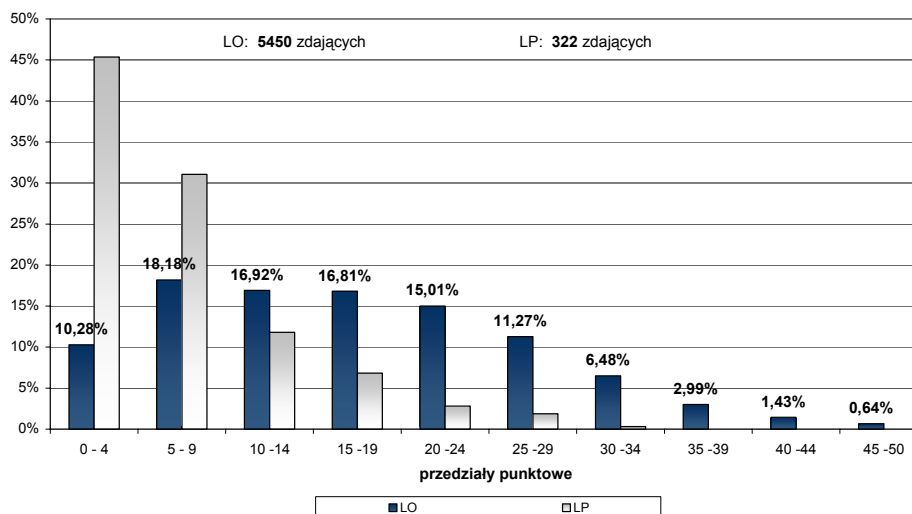
Wykres 11. ilustruje procentowy rozkład wyników punktowych odniesiony do wielkości miast w okręgu. Wykres jest prawoskośny. Dominanta znajduje się w przedziale 5–9 punktów. W miarę przesuwania się wykresu w kierunku wyników wysokich nieznacznie liczniejsze są frakcje zdających z dużych miast. Odwrotnie jest w grupach wyników niskich (poniżej 15 punktów). Tutaj liczniejsze są frakcje zdających, pochodzących ze szkół w małych miastach i na wsiach.

Z kolei na wykresie 12. procentowy rozkład wyników punktowych odniesiono do typów szkół. Oba wykresy są prawoskośne, jednak liczebności grup zdających z liceów profilowanych szybko maleją. Ponad 75% absolwentów tych szkół uzyskało nie więcej niż 9 punktów i żaden z nich nie uzyskał więcej niż 34 punkty.

**Wykres 11.** Procentowy rozkład wyników punktowych pogrupowanych w przedziały, z uwzględnieniem wielkości miasta, Arkusz II, sesja wiosenna 2005 r.

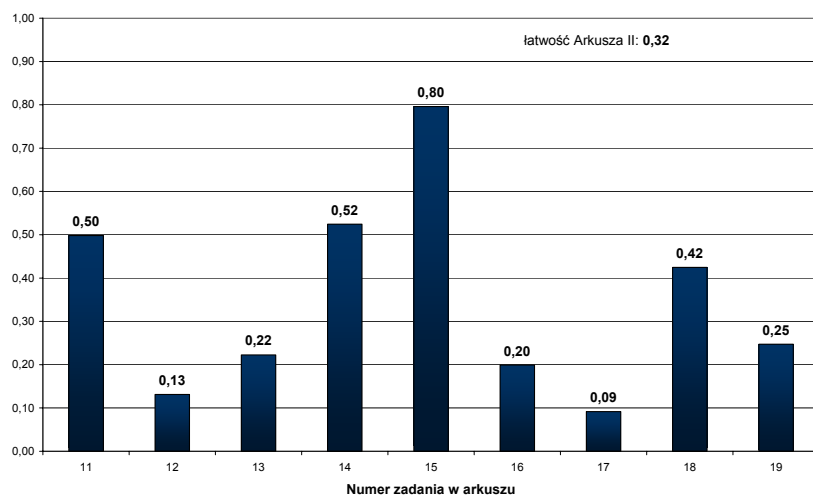


**Wykres 12.** Procentowy rozkład wyników punktowych pogrupowanych w przedziały, z uwzględnieniem obu typów szkół, Arkusz II, sesja wiosenna 2005 r.



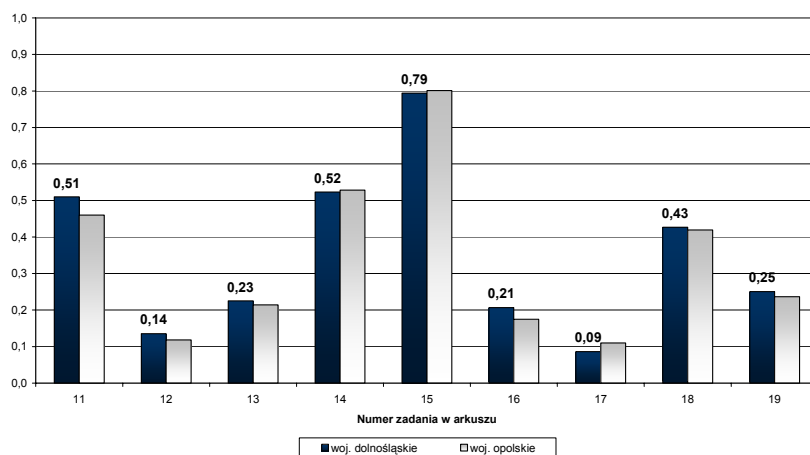
Na wykresach 13., 14., i 15. przedstawiono wskaźniki łatwości poszczególnych zadań z tego arkusza, obliczone kolejno dla całego okręgu, poszczególnych województw i typów szkół. Wykres 13. może stanowić pretekst do dyskusji o kolejności zadań w arkuszu.

**Wykres 13.** Wskaźniki łatwości poszczególnych zadań z Arkusza II, sesja wiosenna 2005 r.

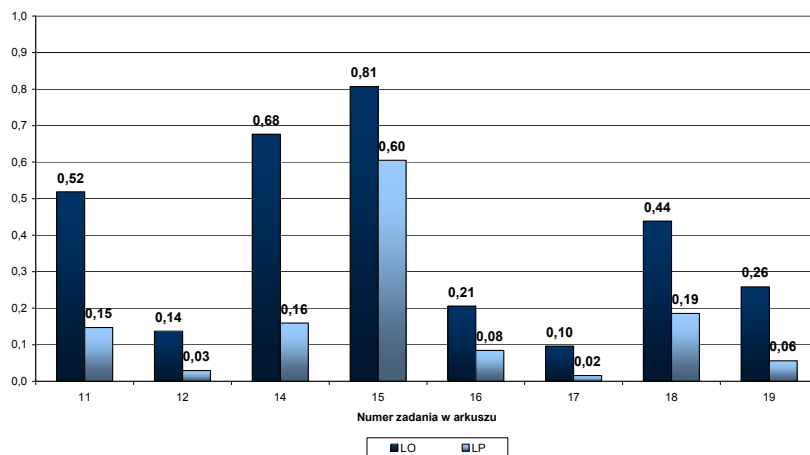


Nie ma (por. wykres 14.) wyraźnej różnicy między wskaźnikami łatwości zadań obliczanych dla województw dolnośląskiego czy opolskiego. Jednak (por. wykres 15.) łatwość zadania silnie zależy od typu szkoły. Dla 322 absolwentów liceów profilowanych (5,6% tych, którzy rozwiązywali zadania z Arkusza II) wszystkie zadania były bardzo trudne.

**Wykres 14.** Wskaźniki łatwości poszczególnych zadań z Arkusza II obliczone dla obu województw, sesja wiosenna 2005 r.

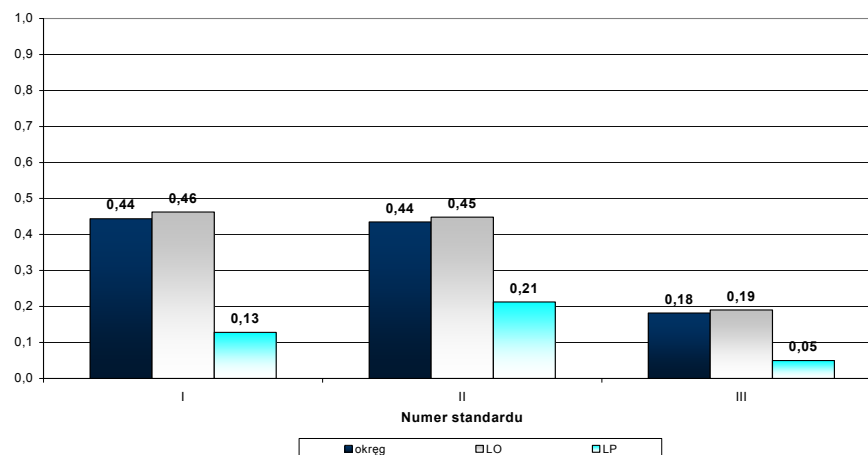


**Wykres 15.** Wskaźniki łatwości zadań z Arkusza II obliczone dla obu typów szkół, sesja wiosenna 2005 r.



Na wykresie 16. przedstawiono wskaźniki łatwości standardów badanych zadaniami z Arkusza II, obliczone dla okręgu i obu typów szkół.

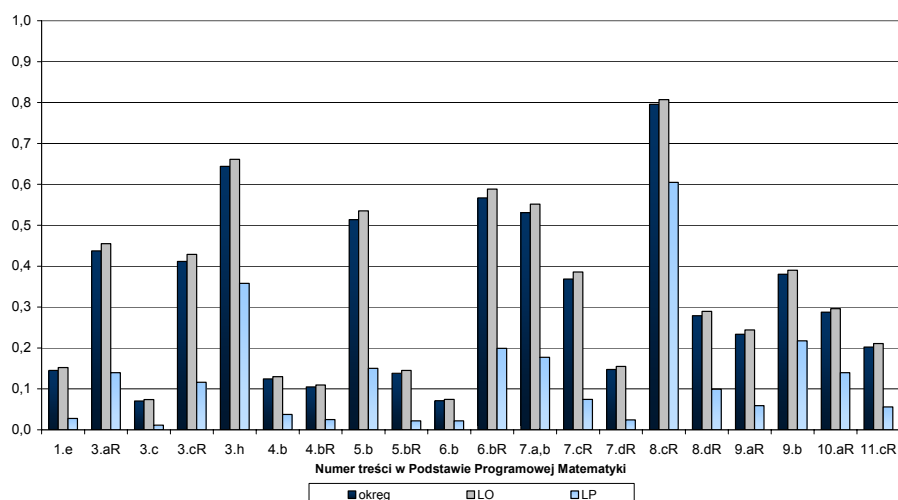
**Wykres 16.** Wskaźniki łatwości standardu obliczone dla okręgu i obu typów szkół, Arkusz II, sesja wiosenna 2005 r.



Obliczone wskaźniki nie pokazują wyraźnie hierarchii standardów. Umiejętność korzystania z informacji (standard II) jest opanowana przez zdających w całym okręgu na jednakowym poziomie ze znajomością pojęć i ich rozumieniem (standard I). Martwić powinna wartość wskaźnika łatwości standardu III. 44% wszystkich punktów z Arkusza II (por. kartotekę arkusza w rozdziale 1.) to punkty za umiejętności opisane III standardem.

Na ostatnim w tym rozdziale wykresie (17.) przedstawiono łatwości odniesione do treści *Podstawy programowej matematyki* (litera R dodana do numeru treści oznacza treści z zakresu rozszerzonego).

**Wykres 17.** Wskaźniki łatwości treści *Podstawy programowej matematyki*, na których zbadano umiejętności zdających, Arkusz II, sesja wiosenna 2005 r.



Dla rozwiązujących zadania z tego arkusza **łatwe** okazały się treści dotyczące planimetrii (podpunkt 8cR *Podstawy programowej* – definicja wektora, sumy wektorów, iloczynu wektora przez liczbę) – to zasługa obecności w omawianym zestawie łatwego (wskaźnik 0,8) zadania 15, **umiarkowanie trudne** były treści dotyczące:

- wielomianów i funkcji wymiernych (podpunkt 3h),
- sposobów obliczania granicy ciągu liczbowego (podpunkt 6bR),
- geometrii analitycznej (podpunkty 7a, 7b),
- własności ciągów arytmetycznych i geometrycznych (podpunkt 5b).

**Trudnymi** okazały się treści dotyczące kolejno:

- stosowania wzorów Viete’a (podpunkt 3aR),
- definicji funkcji wymiernych oraz metod rozwiązywania równań i nierówności wymiernych (podpunkt 3cR),
- obliczania pochodnych wielomianów i funkcji wymiernych (podpunkt 7cR),
- jednokładności (podpunkt 8dR),
- równania okręgu (podpunkt 9aR),
- pojęcia prawdopodobieństwa i jego własności (podpunkt 9b),
- przekrojów płaskich graniastosłupów (podpunkt 10aR),
- schematu Bernoullego (podpunkt 11cR).

I w końcu **bardzo trudnymi** okazały się treści dotyczące:

- potęgowania o wykładniku wymiernym (podpunkt 1e),
- praw działań na wielomianach (podpunkt 3c),
- wykresów funkcji trygonometrycznych (podpunkt 4b),
- metod rozwiązywania równań i nierówności wykładniczych i logarytmicznych (podpunkt 4bR),
- sposobów rozwiązywania równań trygonometrycznych (podpunkt 5bR),
- związku pochodnej z istnieniem ekstremum i z monotonicznością funkcji (podpunkt 7dR).