



Centralna Komisja Egzaminacyjna

BADANIE DIAGNOSTYCZNE W ROKU SZKOLNYM 2011/2012

CZĘŚĆ MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZA MATEMATYKA

ODPOWIEDZI I PROPOZYCJE OCENIANIA ZADAŃ

GRUDZIEŃ 2011

Zadania zamknięte

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Punktacja	Zasady przyznawania punktów
1.	D	0-1	<ul style="list-style-type: none"> • poprawna odpowiedź – 1 p. • błędna odpowiedź lub brak odpowiedzi – 0 p.
2.	D	0-1	
3.	C	0-1	
4.	C	0-1	
5.	B	0-1	
6.	D	0-1	
7.	D	0-1	
8.	P P	0-1	
9.	P F	0-1	
10.	P P	0-1	
11.	C	0-1	
12.	D	0-1	
13.	D	0-1	
14.	D	0-1	
15.	F P	0-1	
16.	C	0-1	
17.	B	0-1	
18.	D	0-1	
19.	T, B	0-1	
20.	B	0-1	

Zadania otwarte

Uwaga:

Za każdy z występujących poziomów, poczynwszy od P₁, przyznajemy po 1 punkcie.

Zadanie 21. (0-3)

Przykładowe sposoby rozwiązań

I sposób – ułożenie układu równań

x – liczba pokoi dwuosobowych

y – liczba pokoi trzyosobowych

$2x$ – liczba dziewcząt

$3y$ – liczba chłopców

Otrzymujemy układ równań:

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ 2x + 3y = 38 \end{cases}$$

Rozwiązując ten układ równań metodą podstawiania lub przeciwnych współczynników otrzymamy:

$$x = 7, y = 8$$

$$\text{zatem: } 2x = 14, 3y = 24$$

Odpowiedź: W wycieczce uczestniczyło 14 dziewcząt i 24 chłopców.

lub

x – liczba dziewcząt

y – liczba chłopców

$\frac{x}{2}$ – liczba pokoi dwuosobowych

$\frac{y}{3}$ – liczba pokoi trzyosobowych

Otrzymujemy układ równań:

$$\begin{cases} x + y = 38 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 15 \end{cases}$$

Po rozwiązaniu układu równań otrzymamy: $x = 14, y = 24$

II sposób – ułożenie równania z jedną niewiadomą

x – liczba pokoi dwuosobowych

$15 - x$ – liczba pokoi dwuosobowych

$2x$ – liczba dziewcząt

$3(15 - x)$ – liczba chłopców

$$2x + 3(15 - x) = 38$$

$$2x + 45 - 3x = 38$$

$$-x = -7$$

$$x = 7$$

$$2x = 14$$

$$3(15 - x) = 24$$

Odpowiedź: W wycieczce uczestniczyło 14 dziewcząt i 24 chłopców.

III sposób – metoda prób i błędów

Uczeń zakłada, że liczba pokoi dwuosobowych wynosi 1, wówczas jest 14 pokoi trzyosobowych.

Sprawdza, ile osób mieszczą te pokoje

$$1 \cdot 2 + 14 \cdot 3 = 2 + 42 = 44 - \text{za dużo},$$

potem kolejno lub skokami sprawdza inne liczby pokoi.

$$4 \cdot 2 + 11 \cdot 3 = 8 + 33 = 41 - \text{za dużo}$$

$$5 \cdot 2 + 10 \cdot 3 = 10 + 30 = 40 - \text{za dużo}$$

$$6 \cdot 2 + 9 \cdot 3 = 12 + 27 = 39 - \text{za dużo}$$

$$7 \cdot 2 + 8 \cdot 3 = 14 + 24 = 38 - \text{zgadza się}$$

Uczeń sprawdza, czy są jeszcze inne możliwości:

$$8 \cdot 2 + 7 \cdot 3 = 16 + 21 = 37 - \text{za mało}$$

$$9 \cdot 2 + 6 \cdot 3 = 18 + 18 = 36 - \text{za mało}$$

$$10 \cdot 2 + 5 \cdot 3 = 20 + 15 = 35 - \text{za mało}$$

Uczeń zauważa, że im więcej pokoi dwuosobowych, tym mniej trzyosobowych i tym mniej osób łącznie w tych pokojach się mieści. Czyli nie ma już innej możliwości niż 7 pokoi dwuosobowych i 8 trzyosobowych.

$$7 \cdot 2 = 14$$

$$8 \cdot 3 = 24$$

Odpowiedź: W wycieczce uczestniczyło 14 dziewcząt i 24 chłopców.

Poziom wykonania

P₆ – pełne rozwiązanie – 3 punkty

uzyskanie poprawną metodą odpowiedzi: 14 dziewcząt i 24 chłopców

P₄ – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało

dokończony lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne – 2 punkty

ułożenie równania z jedną niewiadomą lub układu równań z dwiema niewiadomymi

lub

wyrażenie jednej niewiadomej jako funkcji drugiej

lub

dokonanie pełnego przeglądu możliwości w metodzie prób i błędów

P₁ – dokonano niewielkiego, ale koniecznego postępu na drodze do całkowitego rozwiązania –

1 punkt

zauważenie zależności między liczbą i rodzajem pokoi a liczbą dziewcząt i liczbą chłopców

lub

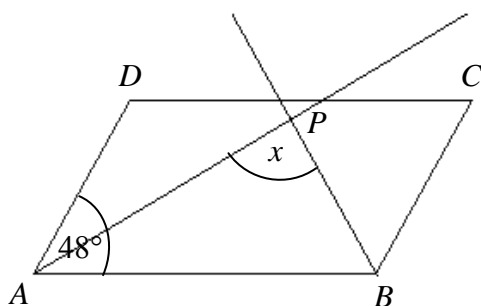
podstawienie i sprawdzenie warunków zadania dla co najmniej dwóch par liczb oznaczających liczbę pokoi (metoda prób i błędów)

P₀ – rozwiązanie niestanowiące postępu – 0 punktów

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Zadanie 22. (0-3)

Przykładowy sposób rozwiązania



Korzystając z definicji dwusiecznej kąta, mamy:

$$|\angle BAP| = |\angle DAP| = 24^\circ \text{ oraz } |\angle ABP| = |\angle CBP| = \alpha$$

Korzystając z własności miar kątów w równoległoboku, mamy: $48^\circ + 2\alpha = 180^\circ$,
stąd $2\alpha = 132^\circ$, czyli $\alpha = 66^\circ$

Korzystając z twierdzenia o sumie miar kątów trójkąta, mamy:

$$|\angle APB| = 180^\circ - (24^\circ + 66^\circ) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ.$$

Odpowiedź: Miara kąta APB jest równa 90° .

Poziom wykonania

P₆ – pełne rozwiązanie – 3 punkty
obliczenie miary kąta APB (90°)

P₄ – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne – 2 punkty
wykorzystanie faktu, że suma miar kątów przy jednym boku równoległoboku wynosi 180°

P₂ – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane – 1 punkt
wykorzystanie własności dwusiecznej kąta, np. odpowiednie oznaczenie kątów na rysunku (24° , α)
lub opis słowny

P₀ – rozwiązanie niestanowiące postępu – 0 punktów
rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Zadanie 23. (0-4)

Przykładowy sposób rozwiązania

Bryła składa się z graniastosłupa prawidłowego czworokątnego i ostrosłupa prawidłowego czworokątnego.

Objętość bryły V jest równa sumie objętości graniastosłupa V_g i ostrosłupa V_o .

$$V = V_g + V_o$$

Objętość graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa:

$$V_g = 8 \cdot 8 \cdot 20 = 1280 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa:

$$V_o = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 8 \cdot 15 = 320 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Objętość całej bryły:

$$V = 1280 + 320 = 1600 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Odpowiedź: Objętość bryły jest równa 1600 cm^3 .

Poziom wykonania

P₆ – pełne rozwiązanie – 4 punkty

obliczenie objętości bryły (1600 cm^3)

P₅ – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.) –

3 punkty

obliczenie objętości całej bryły (przy zastosowaniu poprawnej metody obliczania objętości graniastosłupa i ostrosłupa), ale zostały popełnione błędy rachunkowe w obliczeniach lub w zapisie jednostek

P₄ – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończzone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne – 2 punkty

zauważenie, że bryłę można podzielić na dwie bryły: graniastosłup prawidłowy czworokątny i ostrosłup prawidłowy czworokątny, poprawne obliczenie objętości tych brył (1280 cm^3 , 320 cm^3)

P₂ – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zdania nie zostały pokonane na drodze do całkowitego rozwiązania – 1 punkt

zauważenie, że bryłę można podzielić na dwie bryły, rozpoznanie, że jedna z nich jest graniastosłupem prawidłowym czworokątnym i obliczenie jego objętości (1280 cm^3), ale została zastosowana niepoprawna metoda obliczania objętości drugiej bryły

lub

zauważenie, że bryłę można podzielić na dwie bryły, rozpoznanie, że jedna z nich jest ostrosłupem prawidłowym czworokątnym i obliczenie jego objętości (320 cm^3), ale została zastosowana niepoprawna metoda obliczania objętości drugiej bryły

lub

zauważenie, że bryłę można podzielić na dwie bryły, zastosowanie poprawnej metody obliczania objętości każdej z brył

P₀ – rozwiązanie niestanowiące postępu – 0 punktów

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania