



Mieczysław Fałat

MATEMATYKA**1. Statystyki egzaminu**

W naszym okręgu do obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki, który przeprowadzono w dniu 8 maja 2013 roku, o godzinie 9.00, przystąpiło, **po raz pierwszy**, 28925 absolwentów szkół ponadgimnazjalnych. Dwa dni później, 5172 zdających, tzn. 17,9% zdających egzamin obowiązkowy, rozwiązywało zadania z matematyki wybranej jako przedmiot dodatkowy (poziom rozszerzony egzaminu). W Tabeli 1. zebrano dane liczbowe dotyczące zdających z okręgu oraz z podziałem na województwa. Prezentując poniższe dane uwzględniono także wyniki zdających, którzy z przyczyn losowych nie przystąpili do egzaminu w maju (30 zdających na poziomie podstawowym i 7 na poziomie rozszerzonym). Dla nich egzamin w terminie dodatkowym zorganizowano w dniu 4 czerwca 2013 r.

Tabela 1. Liczby zdających egzamin maturalny z matematyki, 2013 r.

Zdający	Liczba zdających		
	obowiązkowo	dodatkowo	Liczba egzaminów razem
	poziom podstawowy	poziom rozszerzony	
<i>OKE Wrocław</i>			
LO	17650	4555	22205
LP	746	23	769
T	9490	591	10081
LU	872	3	875
TU	167	-	167
RAZEM	28925	5172	34097
<i>Województwo dolnośląskie</i>			
LO	13345	3595	16940
LP	600	22	622
T	6558	448	7006
LU	582	3	585
TU	105	-	105
RAZEM	21190	4068	25258
<i>Województwo opolskie</i>			
LO	4305	960	5265
LP	146	1	147
T	2932	143	3075
LU	290	-	290
TU	62	-	62
RAZEM	7735	1104	8839

Spośród 28925 zdających w naszym okręgu obowiązkowy egzamin maturalny, 23917 zdających uzyskało co najmniej 30% punktów z arkusza. Zdawalność egzaminu z matematyki w naszym okręgu jest zatem równa 82,7% (zob. Tabela 2.). Zdawalność egzaminu była nieznacznie, bo o 0,9 punktu procentowego, wyższa w województwie dolnośląskim (82,9%) niż zdawalność w województwie opolskim (82,0%).

Zdawalność egzaminu zależała od typu szkoły i w naszym okręgu była najwyższa (90,7%) w liceach ogólnokształcących. Zauważmy przy tym, na przykład, że zdawalność liceach ogólnokształcących z województwa opolskiego była wyższa o 1,2 punktu procentowego w porównaniu ze zdawalnością w liceach ogólnokształcących z Dolnego Śląska (91,6% wobec 90,4%).

Tabela 2. Zdawalność egzaminu maturalnego z matematyki, 2013 r.

Zdający	Uzyskali co najmniej 30% punktów z arkusza na egzaminie obowiązkowym (poziom podstawowy)	
	liczba zdających	procent zdających
<i>OKE Wrocław</i>		
LO	16010	90,7%
LP	448	60,1%
T	7168	75,5%
LU	241	27,6%
TU	50	29,9%
RAZEM	23917	82,7%
<i>Województwo dolnośląskie</i>		
LO	12067	90,4%
LP	352	58,7%
T	4968	75,8%
LU	161	27,7%
TU	23	21,9%
RAZEM	17571	82,9%
<i>Województwo opolskie</i>		
LO	3943	91,6%
LP	96	65,8%
T	2200	75,0%
LU	80	27,6%
TU	27	43,5%
RAZEM	6346	82,0%

Dane z powyższej tabeli przedstawiamy również w formie graficznej (zob. Diagram 1.).

Zdawalność egzaminu z matematyki w 2013 r. według typów szkół
- zdający po raz pierwszy (stan na dzień 28 czerwca)

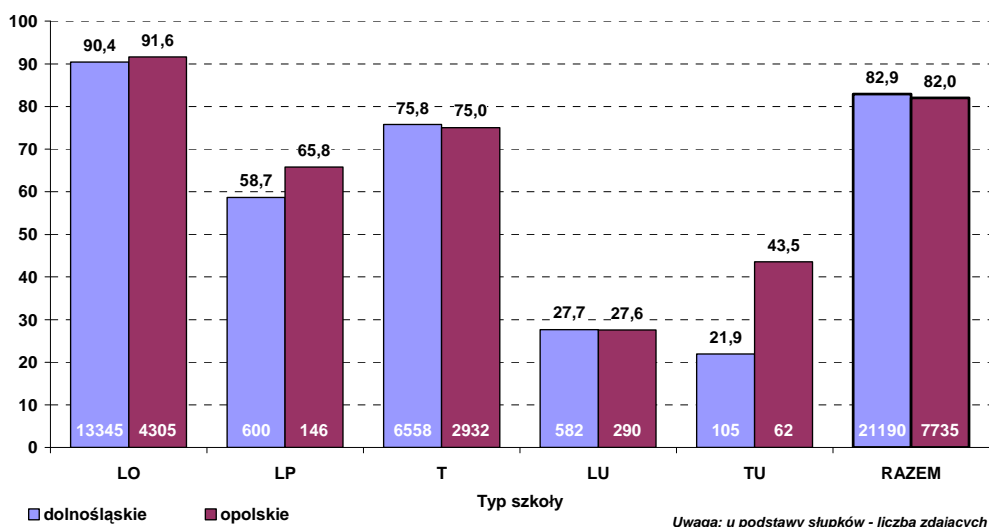


Diagram 1. Zdawalność egzaminu maturalnego z matematyki, 2013 r.

W naszym okręgu średni wynik na obowiązkowym egzaminie maturalnym z matematyki, w grupie zdających po raz pierwszy, jest równy **56,0%** (Tabela 3.). Oznacza to, według terminologii prof. Niemierki, że egzamin ten był **umiarkowanie trudny**. Najlepszy średni wynik uzyskali absolwenci liceów ogólnokształcących, było to **65%**. Najstabsze wyniki średnie to 22,9% i 24,5% uzyskane przez absolwentów, odpowiednio, liceów i techników uzupełniających.

Tabela 3. Średnie wyniki procentowe zdających egzamin maturalny z matematyki, 2013r.

Zdający	Średni wynik procentowy	
	Obowiązkowy (poziom podstawowy)	Dodatkowy (poziom rozszerzony)
<i>OKE Wrocław</i>		
LO	65,0%	55,1%
LP	36,2%	21,0%
T	44,3%	23,7%
LU	22,9%	22,7%
TU	24,5%	-
RAZEM	56,0%	51,3%
<i>Województwo dolnośląskie</i>		
LO	64,8%	54,8%
LP	35,7%	21,6%
T	43,8%	21,6%
LU	23,8%	22,7%
TU	22,8%	-
RAZEM	56,2%	51,0%
<i>Województwo opolskie</i>		
LO	65,4%	56,0%
LP	38,4%	6,0%
T	45,5%	30,4%
LU	21,2%	-
TU	27,4%	-
RAZEM	55,3%	52,7%

Umiarkowanie trudny dla maturzystów był także egzamin z matematyki wybieranej jako przedmiot dodatkowy. Średni wynik procentowy w okręgu jest równy **51,3%**. Maturzyści z Opolszczyzny osiągnęli średni wynik wyższy o 1,7 punktu procentowego) niż maturzyści z Dolnego Śląska (odpowiednio 52,7% i 51,0%). Średnie wyniki procentowe w naszym okręgu zależały od typu szkoły i były najwyższe w grupie liceów ogólnokształcących (55,1%). W szczególności, maturzyści z liceów ogólnokształcących na Opolszczyźnie uzyskali wyższy, o 1,2 punktu procentowego, wynik średni niż ich rówieśnicy z Dolnego Śląska (odpowiednio 56,0% i 54,8%). Dane z powyższej Tabeli 3. przedstawiamy także w postaci graficznej (zob. Diagramy 2. i 3.).

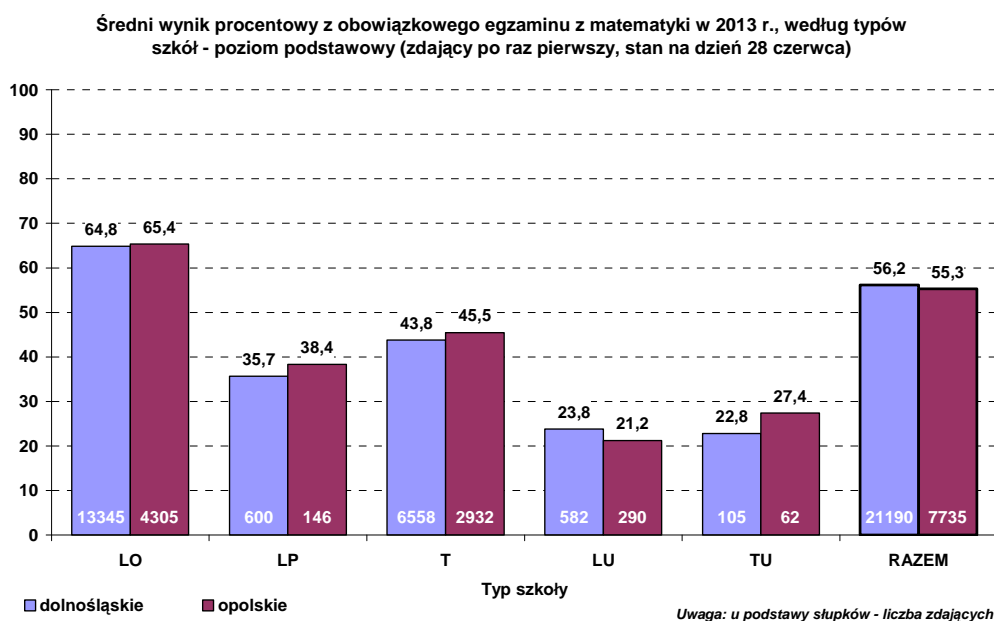


Diagram 2. Średnie wyniki procentowe na egzaminie z matematyki, poziom podstawowy

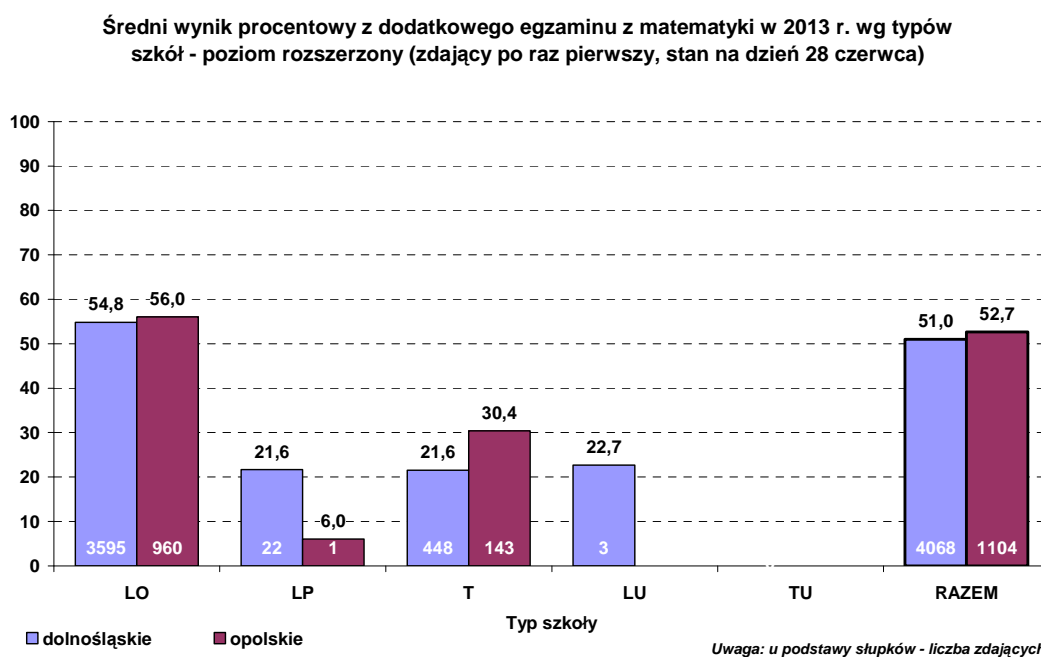


Diagram 3. Średnie wyniki procentowe egzaminu z matematyki na poziomie rozszerzonym (matematyka wybierana jako przedmiot dodatkowy)

Opis arkuszy egzaminacyjnych i wyniki zdających

2.1. Poziom podstawowy - opis arkusza standardowego

Zestaw standardowy zawierał 34 zadania, w tym: 25 zadań zamkniętych wielokrotnego wyboru z jedną odpowiedzią poprawną oraz 9 zadań otwartych – zdający musiał samodzielnie zapisać rozwiązanie. Za każde poprawnie rozwiązane zadanie zamknięte zdający uzyskiwał jeden punkt. Wśród zadań otwartych było **sześć zadań krótkiej odpowiedzi** (każde warte maksymalnie dwa punkty) oraz **trzy zadania rozszerzonej odpowiedzi** (dwa zadania czteropunktowe i jedno zadanie pięciopunktowe).

Zadania badały opanowanie umiejętności opisanych w pięciu obszarach standardów wymagań egzaminacyjnych z matematyki. Lista umiejętności oraz odniesienie do standardów wymagań egzaminacyjnych i do podstawy programowej matematyki jest zawarta w **kartotece arkusza** (zob. tabela poniżej). W trzeciej kolumnie tabeli zastosowano skrótowe oznaczenia obszarów standardów:

obszar I – wykorzystanie i tworzenie informacji – skrót **INF**,
 obszar II – wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji – skrót **REP**,
 obszar III – modelowanie matematyczne – skrót **MOD**,
 obszar IV – użycie i tworzenie strategii – skrót **STR**,
 obszar V – rozumowanie i argumentacja – skrót **ROZ**.

Kartoteka arkusza egzaminacyjnego, matematyka, poziom podstawowy

Numer zadania w arkuszu	Badana umiejętność Zdający:	Standard wymagań egzaminacyjnych	Numer treści ze standardu	Typ zadania	Punkta- cja
1	wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną do wskazania zbioru rozwiązań nierówności typu $ x - a < b$	II. REP	1)f)	ZZ	1 pkt
2	stosuje pojęcie procentu	III. MOD	1)d)	ZZ	1 pkt
3	wykonuje obliczenia z zastosowaniem wzorów na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym	I. INF	1)h)	ZZ	1 pkt
4	rozwiązuje układ równań liniowych	I. INF	3)c)	ZZ	1 pkt
5	wykorzystuje interpretację współczynników we wzorze funkcji liniowej	II. REP	4)g)	ZZ	1 pkt
6	odczytuje ze wzoru funkcji kwadratowej współrzędne wierzchołka paraboli	II. REP	4)b)	ZZ	1 pkt
7	posługuje się wzorami skróconego mnożenia	I. INF	2)a)	ZZ	1 pkt
8	bada prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych	II. REP	8)c)	ZZ	1 pkt
9	wykorzystuje współczynniki we wzorze funkcji liniowej do określenia położenia prostej w układzie współrzędnych	II. REP	4)g)	ZZ	1 pkt
10	rozwiązuje nierówność liniową i wskazuje najmniejszą liczbę spełniającą tę nierówność	I. INF	3)	ZZ	1 pkt

11	wykorzystuje wykres funkcji $y = f(x)$ do wskazania wykresu funkcji $y = f(x+a)$, $y = f(x-a)$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$	I. INF	4)d)	ZZ	1 pkt
12	wykorzystuje własności ciągu geometrycznego	II. REP	5)c)	ZZ	1 pkt
13	wykorzystuje własności ciągu arytmetycznego	II. REP	5)c)	ZZ	1 pkt
14	stosuje proste związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego do obliczenia wartości wyrażenia	II. REP	6)c)	ZZ	1 pkt
15	wykorzystuje związki między kątem wpisanym i środkowym	I. INF	7)a)	ZZ	1 pkt
16	rozwiązuje równanie wielomianowe	I. INF	3)d)	ZZ	1 pkt
17	oblicza odległości punktów na płaszczyźnie i obwód rombu	II. REP	8)e)	ZZ	1 pkt
18	wykorzystuje współrzędne środka odcinka do wyznaczenia jednego z końców tego odcinka	II. REP	8)f)	ZZ	1 pkt
19	postępuje się równaniem okręgu $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$	II. REP	8)g)	ZZ	1 pkt
20	wyznacza związki miarowe w wielościanie	I. INF	9)b)	ZZ	1 pkt
21	wyznacza związki miarowe w bryłach obrotowych	II. REP	9)b)	ZZ	1 pkt
22	stosuje twierdzenie znane jako klasyczna definicja prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń	III. MOD	10)d)	ZZ	1 pkt
23	wykonuje obliczenia na liczbach rzeczywistych, w tym obliczenia na pierwiastkach	I. INF	1)a)	ZZ	1 pkt
24	oblicza medianę uporządkowanego zestawu danych	II. REP	10)a)	ZZ	1 pkt
25	wykorzystuje związki miarowe w graniastopie do obliczenia jego objętości	II. REP	9)b)	ZZ	1 pkt
26	rozwiązuje równanie wielomianowe metodą rozkładu na czynniki	II. REP	3)d)	KO	2 pkt
27	stosuje proste związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego do obliczenia wartości wyrażenia	II. REP	6)c)	KO	2 pkt
28	uzasadnia prawdziwość nierówności algebraicznej	V. ROZ	2)b)	KO	2 pkt
29	odczytuje z wykresu funkcji zbiór wartości oraz przedział, w którym funkcja przyjmuje wartości ujemne	II. REP	4)b)	KO	2 pkt
30	rozwiązuje nierówność kwadratową	II. REP	3)a)	KO	2 pkt
31	przeprowadza dowód algebraiczny	V. ROZ	1)g)	KO	2 pkt
32	wyznacza związki miarowe w figurach płaskich	IV. STR	7)c)	RO	4 pkt
33	wyznacza związki miarowe w wielościanie	IV. STR	9)b)	RO	4 pkt
34	rozwiązuje zadanie umieszczone w kontekście praktycznym, prowadzące do równania kwadratowego	III. MOD	3)b)	RO	5 pkt

Poniżej, w tabeli, zestawiono zadania z arkusza dla poziomu podstawowego z podziałem na 5 obszarów standardów.

Obszar standardu	I (INF)	II (REP)	III (MOD)	IV (STR)	V (ROZ)
Numer zadania w arkuszu	3, 4, 7, 10, 11, 15, 16, 20, 23	1, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 14, 17, 18, 19, 21, 24, 25, 26, 27, 29, 30	2, 22, 34	32, 33	28, 31
Procentowy udział obszaru standardu w całym arkuszu	18%	44%	14%	16%	8%

Tabela poniżej ilustruje z kolei udział poszczególnych treści podstawy programowej matematyki w arkuszu dla poziomu podstawowego.

Dział podstawy programowej matematyki	Numer zadania w arkuszu	Udział procentowy treści w całym arkuszu
1. liczby rzeczywiste	1, 2, 3, 23, 31	12%
2. wyrażenia algebraiczne	7, 28	6%
3. równania i nierówności	4, 10, 16, 26, 30, 34	24%
4. funkcje	5, 6, 9, 11, 29	12%
5. ciągi liczbowe	12, 13	4%
6. trygonometria	14, 27	6%
7. planimetria	15, 32	10%
8. geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej	8, 17, 18, 19	8%
9. stereometria	20, 21, 25, 33	14%
10. elementy statystyki opisowej; teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka	22, 24	4%

Zauważmy, że treści trzech pierwszych działów podstawy programowej (liczby rzeczywiste, wyrażenia algebraiczne, równania i nierówności) dawały możliwość uzyskania łącznie 42% punktów egzaminacyjnych.

2.2. Poziom rozszerzony - opis arkusza standardowego

Zestaw składał się z 12 zadań otwartych o zróżnicowanej punktacji. Wśród nich było jedno zadanie sześciopunktowe, dwa zadania pięciopunktowe, siedem zadań czteropunktowych i dwa zadania trzypunktowe.

Poza zadaniem 8., zadania z tego arkusza sprawdzały umiejętności opisane w trzech najwyższych obszarach standardów wymagań egzaminacyjnych (modelowania matematycznego, użycia i tworzenia strategii oraz rozumowania i argumentacji). Kartoteka arkusza (zob. tabela poniżej) zawiera listę umiejętności sprawdzonych 12 zadaniami z arkusza na poziomie rozszerzonym wraz z odniesieniem do standardów wymagań egzaminacyjnych i do podstawy programowej matematyki.

Kartoteka arkusza egzaminacyjnego, matematyka, poziom rozszerzony

Numer zadania w arkuszu	Badana umiejętność Zdający:	Standard wymagań egzaminacyjnych	Numer treści ze standardu	Typ zadania	Punktacja
1	rozwiązuje nierówność z wartością bezwzględną	IV. STR	3) e)R	RO	4 pkt
2	przeprowadza dowód geometryczny	V. ROZ	7) c)	RO	4 pkt
3	wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji i wariacji do zliczania obiektów w sytuacjach kombinatorycznych	IV. STR	10)R	RO	3 pkt
4	rozwiązuje równanie trygonometryczne	IV. STR	6) e)R	RO	4 pkt
5	wykorzystuje własności ciągu geometrycznego oraz własności ciągu arytmetycznego	III. MOD	5)	RO	5 pkt
6	rozwiązuje równanie kwadratowe z parametrem, przeprowadza dyskusję i wyciąga wnioski	IV. STR	3) b)R	RO	6 pkt
7	wyznacza równanie okręgu	IV. STR	8) c) e) g)R	RO	4 pkt
8	stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$ i twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu	II. REP	2) b) c)R	RO	4 pkt
9	wykorzystuje związki miarowe w figurach płaskich	IV. STR	7)	RO	5 pkt
10	wyznacza związki miarowe w ostroświe	IV. STR	9) a) b)	RO	4 pkt
11	stosuje twierdzenie znane jako klasyczna definicja prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń	III. MOD	10) b) d)R	RO	4 pkt
12	sporządza wykres funkcji $y = f(x) $ na podstawie danego wykresu funkcji logarymicznej $y = f(x)$; bada liczbę rozwiązań równania z parametrem	IV. STR	4) a) d) e)R	RO	3 pkt

W zestawie 12 zadań reprezentowane były niemal wszystkie działy podstawy programowej (poza liczbami rzeczywistymi). Maturzyści najwięcej punktów mogli uzyskać za zadania z geometrii płaskiej (9 punktów), a tylko o dwa punkty mniej dawały im dwa zadania z dziesiątego działu podstawy (elementy statystyki opisowej; teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka). Na zakończenie tej części zestawiamy zadania z arkusza dla poziomu rozszerzonego z podziałem na obszary standardów.

Obszar standardu	I (INF)	II (REP)	III (MOD)	IV (STR)	V (ROZ)
Numer zadania w arkuszu	-	8	5, 11	1, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 12	2
Procentowy udział obszaru standardu w całym arkuszu	0%	8%	18%	66%	8%

2.3. Omówienie wyników zdających

Poziom podstawowy egzaminu

W tej części prezentujemy tabele, wykresy i diagramy, które odnoszą się do wyników **wszystkich zdających** w maju, których w naszym okręgu było **32 160** (28925 zdających po raz pierwszy oraz 3235 zdających z lat ubiegłych lub skierowanych na egzamin ze szkół starego typu). W poniższym omówieniu nie uwzględniono wyników **7** maturzystów – laureatów i finalistów olimpiady matematycznej, którym zgodnie z prawem przysługuje najwyższy wynik na maturze. Nie uwzględniono także wyników **83** zdających, których arkusze egzaminacyjne zostały unieważnione.

(Średnia) wartość wskaźnika łatwości arkusza egzaminacyjnego jest określona przez średni wynik procentowy uzyskany przez wszystkich zdających i równa się **52,8%**. Oznacza to, że arkusz był dla zdających **umiarkowanie trudny** (por. klasyfikację B. Niemierki). Zdający mogli uzyskać maksymalnie 25 punktów za rozwiązanie zadań zamkniętych i tyle samo za rozwiązanie zadań otwartych. Średnia liczba punktów za zadania zamknięte jest równa **16,3 punktu**, za część otwartą **10,1 punktu**.

Zadania z arkusza najlepiej rozwiązywali zdający z liceów ogólnokształcących (średni wynik to **65%**), następnie zdający z techników (**44,3%**), liceów profilowanych (**36,2%**), techników uzupełniających (**24,5%**) i liceów uzupełniających (**22,9%**).

Procentowy rozkład wyników pisemnego egzaminu maturalnego 2013
matematyka - poziom podstawowy

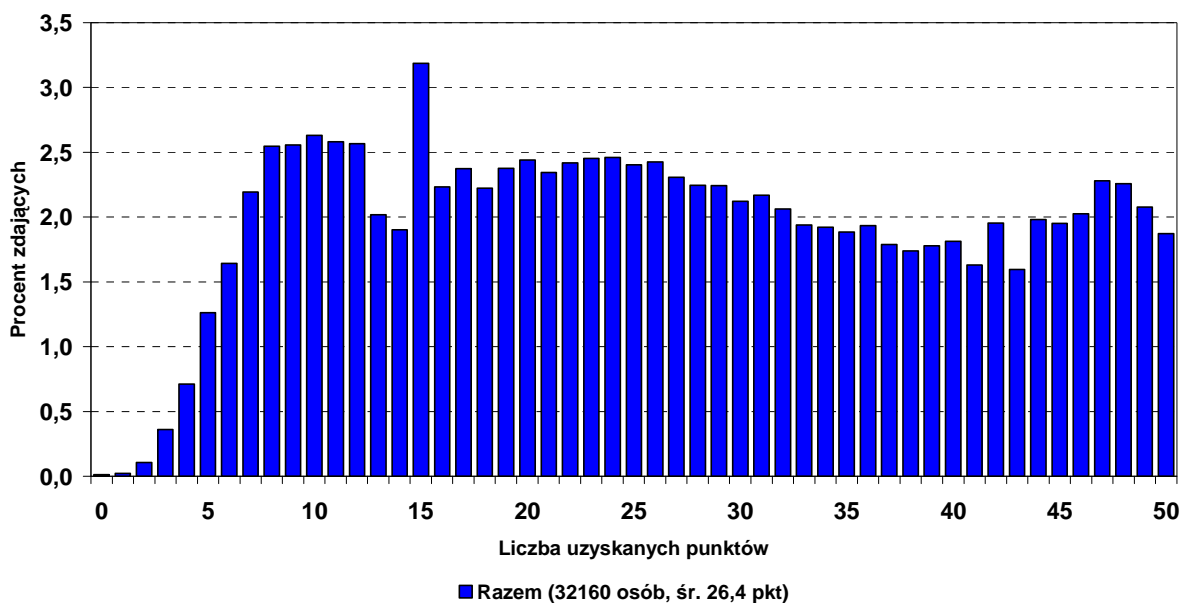


Diagram 4. Rozkład wyników punktowych

Diagram 4. ilustruje rozkład wyników punktowych uzyskanych przez zdających. Cieszy fakt, że **602** zdających (1,9% wszystkich zdających) uzyskało wynik maksymalny, 50 punktów z arkusza. Martwi liczba **7431** zdających (23,1% ogółu zdających), którzy nie przekroczyli 30% progu zdania egzaminu. Dodajmy, że były 4 wyniki zerowe (po jednym w LO i T oraz dwa w LU).

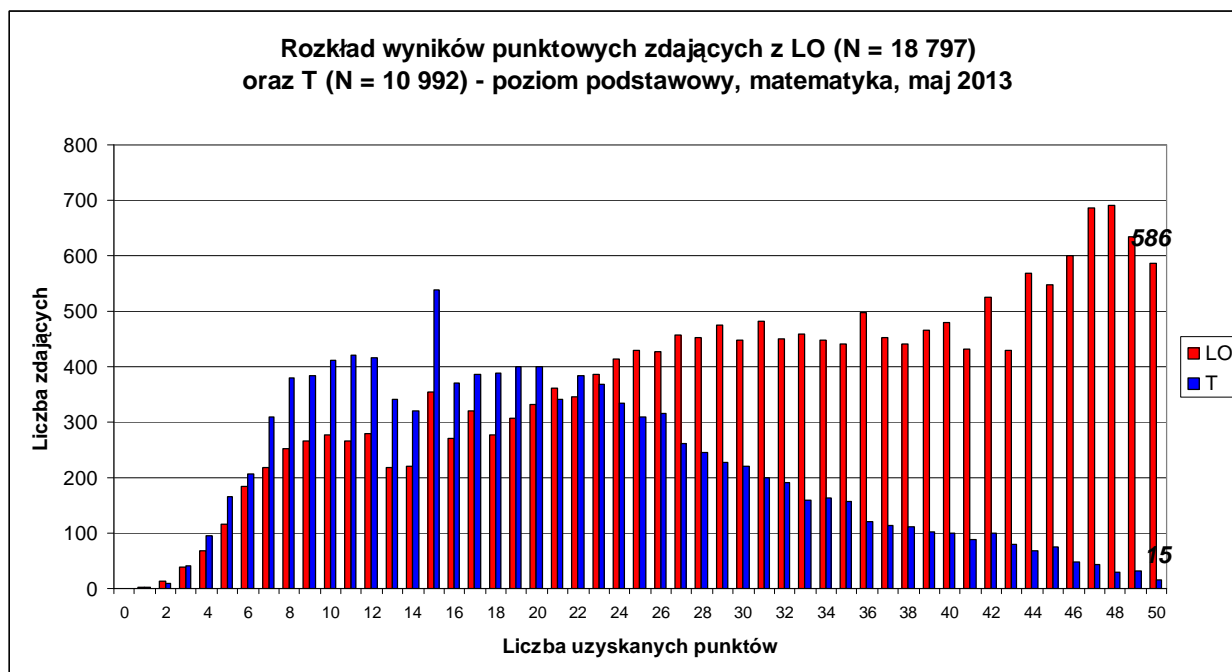


Diagram 5. Procentowy rozkład wyników egzaminu w dwóch typach szkół (LO i T)

Z umieszczonego powyżej diagramu 5. widać, że maturzyści z liceów ogólnokształcących częściej niż zdający z techników uzyskiwali wyższe wyniki. W szczególności, spośród **602** wyników maksymalnych, **586** było dziełem maturzystów z liceów ogólnokształcących, **15** wyników zdających z techników czteroletnich. Jeden wynik maksymalny należy do maturzysty z liceum profilowanego.

Zadania zamknięte

W poniższej dwuczęściowej tabeli 6., zestawiono wskaźniki łatwości oraz opuszczenia w 25 zadaniach zamkniętych. Przypominamy, że zadania zamknięte zostały przygotowane w dwóch wersjach (A i B), różniących się kolejnością podawanych dystraktorów.

Tabela 6. Wskaźnik łatwości oraz opuszczenia w zadaniach zamkniętych (wersja A – 16 205 osób, wersja B – 15 955 osób)

Numer zadania w arkuszu		1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
Liczba opuszczeń	Wersja A	4	34	25	17	20	17	14	18	16	24	22	22
	Wersja B	4	35	29	20	16	17	10	16	13	15	21	12
Wskaźnik łatwości zadania	Wersja A	0,70	0,71	0,65	0,81	0,57	0,62	0,72	0,72	0,63	0,46	0,46	0,62
	Wersja B	0,67	0,69	0,64	0,81	0,58	0,64	0,73	0,73	0,63	0,45	0,45	0,63

Numer zadania w arkuszu		13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	24.	25.
Liczba opuszczeń	Wersja A	10	48	20	17	56	37	102	25	22	36	32	17	27
	Wersja B	6	39	13	12	57	28	83	30	19	31	37	15	38
Wskaźnik łatwości zadania	Wersja A	0,91	0,68	0,62	0,58	0,73	0,76	0,47	0,54	0,76	0,53	0,62	0,77	0,68
	Wersja B	0,90	0,68	0,62	0,59	0,76	0,74	0,46	0,55	0,77	0,53	0,62	0,78	0,68

Diagram 6. (zob. poniżej) ilustruje wskaźniki łatwości 25 zadań zamkniętych z arkusza. Wynika z niego, że w tym arkuszu:

- było jedno zadanie **bardzo łatwe** (zadanie 13.),
- było osiem zadań **łatwych** (zadania: 2., 4., 7., 8., 17., 18., 21. i 24.),
- było trzynaście zadań **umiarkowanie trudnych** (zadania: 1., 3., 5., 6., 9., 12., 14., 15., 16., 20., 22., 23. i 25.),
- były trzy zadania **trudne** (zadania: 10., 11. i 19.)

Wskaźniki łatwości zadań zamkniętych, matematyka, maj 2013 r.

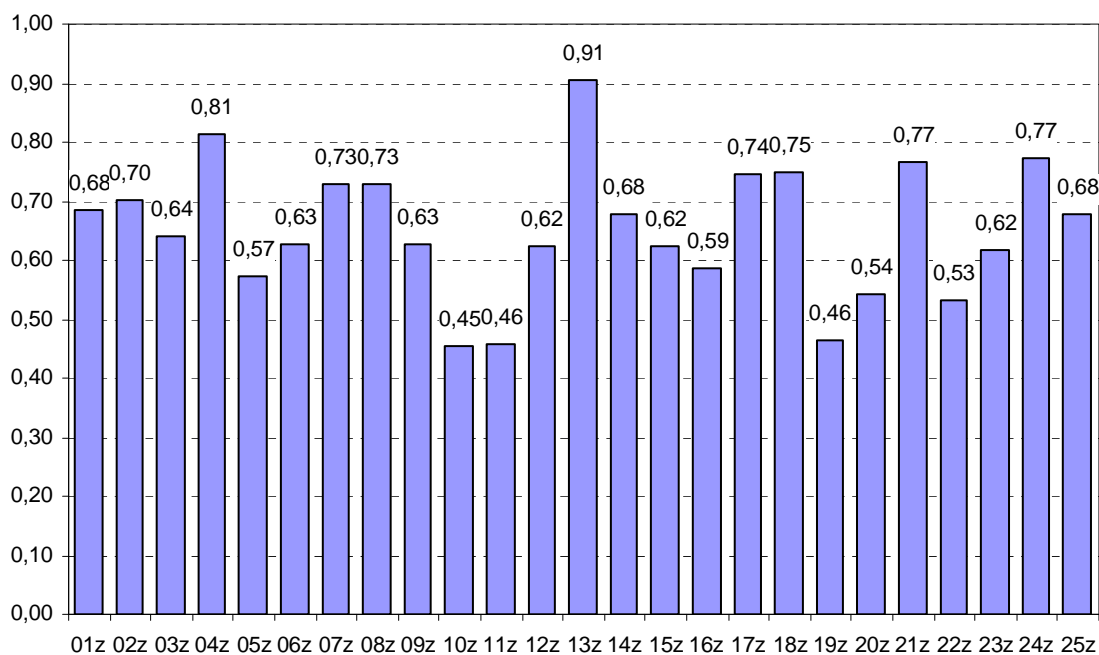


Diagram 6. Wskaźniki łatwości zadań zamkniętych

Zaskakiwać może fakt, iż najtrudniejszym zadaniem zamkniętym okazało się zadanie nr 10, sprawdzające umiejętność rozwiązania nierówności liniowej oraz wskazania najmniejszej liczby całkowitej spełniającej tę nierówność. 55% zdających straciło tutaj jeden punkt egzaminacyjny. Tylko o jeden punkt procentowy lepiej wypadły dwa zadania (nr 11 i nr 19). Pierwsze z nich dotyczyło rozpoznania wzoru funkcji, której wykres został przesunięty po osi Ox , drugie natomiast wymagało obliczenia odległości między punktami będącymi środkami okręgów, których równania zostały podane w postaci $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$. Tym razem zdecydowana większość maturzystów (91%) nie miała żadnych kłopotów z zadaniem nr 13, którym obliczali pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego, mając dane dwa inne wyrazy tego ciągu.

Umieszczone poniżej dwa diagramy (nr 7 i nr 8) ilustrują procentowe rozkłady wyborów odpowiedzi w zadaniach zamkniętych w zależności od wersji arkusza. Tylko w **dwóch** zadaniach: nr 4 – rozwiązanie układu równań liniowych oraz nr 15 – obliczenie miary kąta wpisanego w okręgu, wybór poprawnej odpowiedzi nie zależał od wersji arkusza. W pozostałych 23 zadaniach te różnice sięgały od 0,2 punktu procentowego, w zadaniu nr 9 (odczytanie z rysunku znaków współczynników we wzorze funkcji liniowej), do największej, równej 3 punktom procentowym w zadaniu nr 1 (wskazanie rysunku ilustrującego zbiór rozwiązań nierówności typu $|x-a| < b$).

Procentowy rozkład wyboru dystraktorów, wersja A arkusza, maj 2013

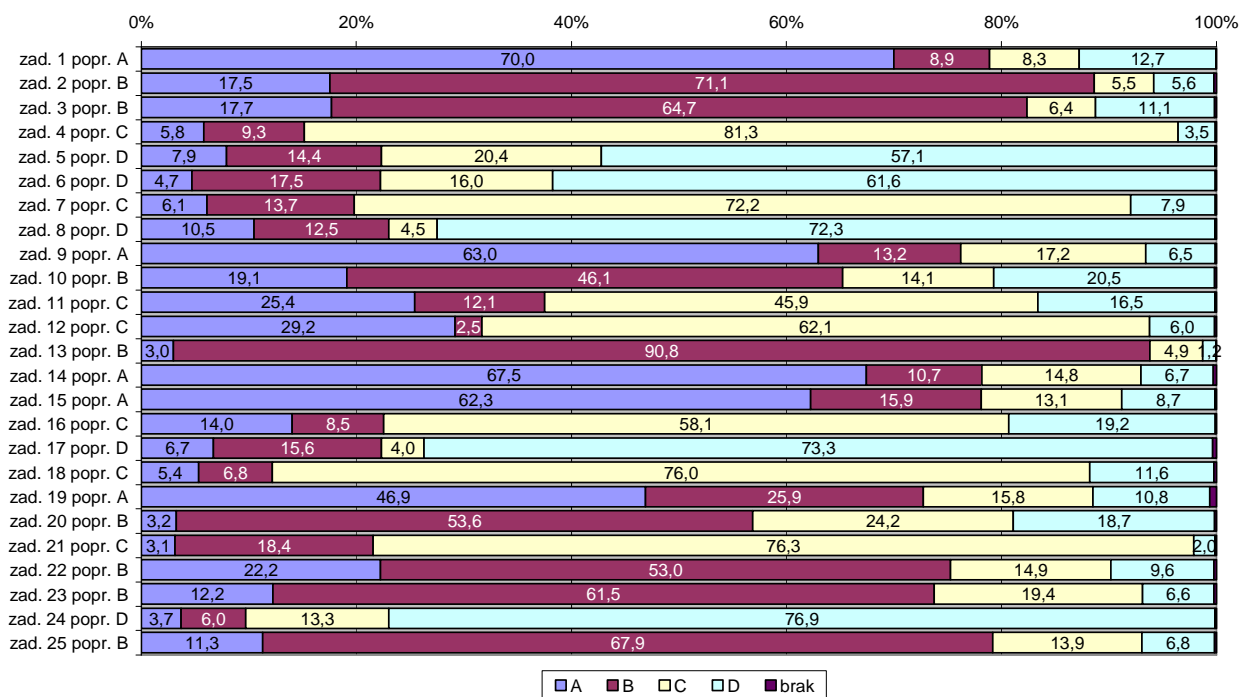


Diagram 7. Wybór dystraktorów – wersja A arkusza PP

Procentowy rozkład wyboru dystraktorów, wersja B arkusza, maj 2013

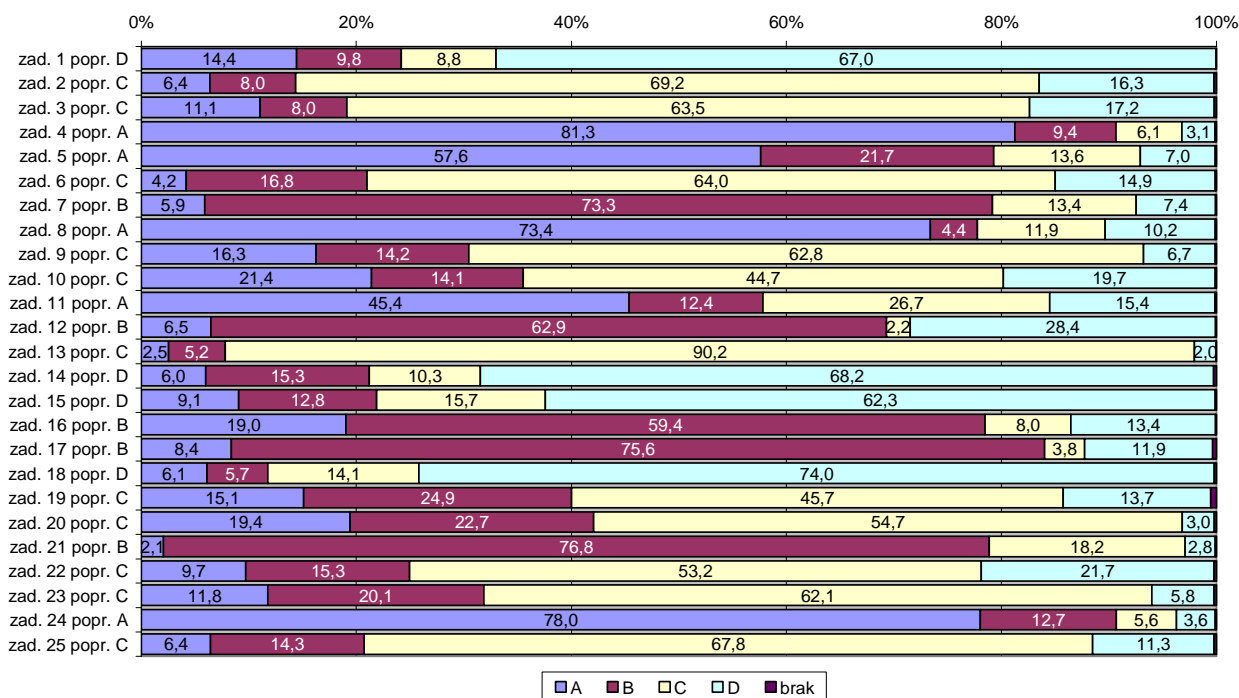


Diagram 8. Wybór dystraktorów – wersja B arkusza PP

Poniższy diagram zawiera dane dotyczące wyników zdających w zadaniach zamkniętych oraz zadaniach otwartych. W maju 2013r. zdający mógł uzyskać maksymalnie po 25 punktów za zadania z obu grup. Wyniki zdającego z każdej grupy zadań mogą oczywiście znajdować się w różnych miejscach tego diagramu. Dość przewidywalne były kształty rozkładu wyników za zadania zamknięte oraz za zadania otwarte. Ciekawe jest na przykład „złamanie” tendencji wzrostowej w zadaniach zamkniętych (przejście między 24 i 25 punktem). W zadaniach otwartych, w prawym końcu skali, słupek najwyższy pojawił się nagle i oznacza maksymalny wynik.

Procentowy rozkład punktów w zadaniach zamkniętych oraz w zadaniach otwartych, matematyka, poziom podstawowy, maj 2013

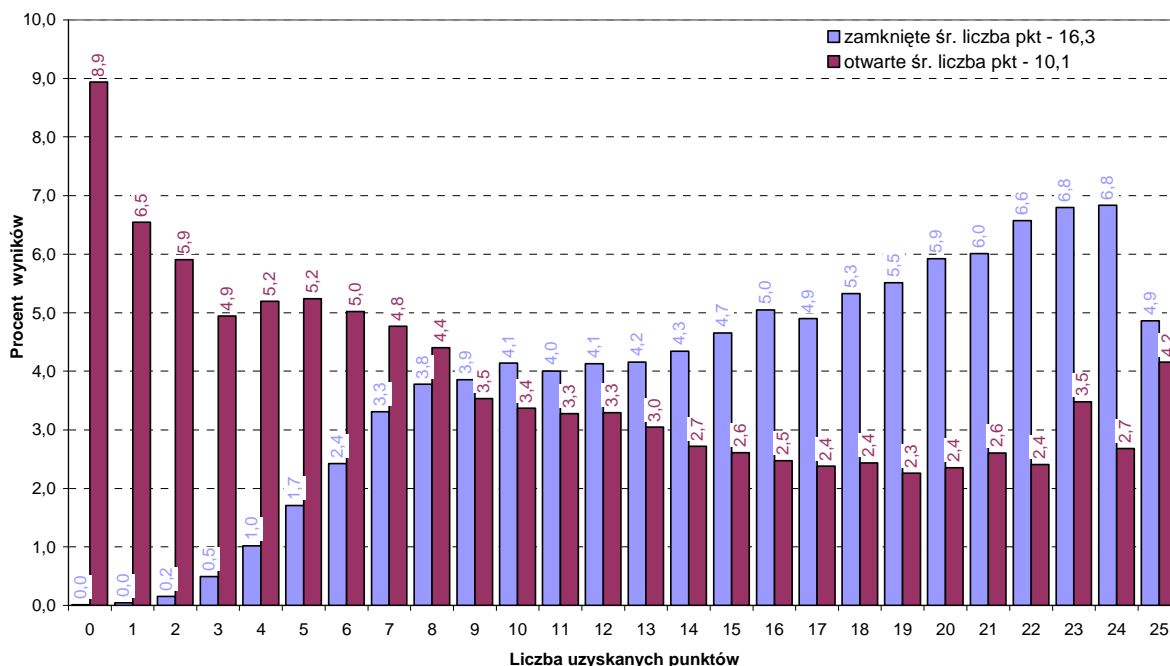


Diagram 9. Rozkłady punktów w zadaniach zamkniętych i zadaniach otwartych

Zadania otwarte

Zacniemy od przedstawienia wskaźników łatwości oraz frakcji opuszczeń każdego zadania z arkusza dla poziomu podstawowego.

Tabela 7. Wskaźniki łatwości oraz opuszczenia zadań otwartych, matematyka, poziom podstawowy, maj 2013

Numer zadania w arkuszu	26.	27.	28.	29.	30.	31.	32.	33.	34.
Wskaźnik łatwości zadania	0,58	0,62	0,11	0,51	0,65	0,22	0,34	0,45	0,30
Procent opuszczeń zadania	4,8%	14,1%	42,6%	7,3%	4,6%	28,4%	24%	9,5%	12,3%

Z tej tabeli wynika, że w arkuszu, wśród 9 zadań otwartych:

- nie było zadań **bardzo łatwych** ani **łatwych**,
- 4 zadania były **umiarkowanie trudne** (nr: 26, 27, 29, 30),
- 4 zadania były **trudne** (nr: 31, 32, 33, 34),

- 1 zadanie było **bardzo trudne** (nr 28).

Dwa zadania na dowodzenie (nr 28 i nr 31) były najtrudniejsze dla naszych maturzystów i te zadania maturzyści najczęściej opuszczali. Niewiele rzadziej było opuszczane zadanie nr 32, badające umiejętność znajdowania związków miarowych w trójkącie wpisanym w okrąg. Czy zaskoczył nas fakt, że 14,1% maturzystów nie podjęło się obliczenia wartości wyrażenia zawierającego wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego? Jeśli nie, to na pewno trudno jest zaakceptować to, że 12,3% maturzystów „poddaje się bez walki” w zadaniu nr 34 – sprawdzanie umiejętności obliczenia średniej prędkości pociągów na pewnej trasie nie może być żadnym zaskoczeniem dla maturzysty. W tabeli nr 8 zestawiono rozkłady punktów uzyskiwane przez maturzystów tylko w zadaniach otwartych.

Tabela 8. Procentowe rozkłady punktów uzyskiwanych w zadaniach otwartych, matematyka, maj 2013

Nr zadania	26.	27.	28.	29.	30.	31.	32.	33.	34.
0 pkt	33,6%	32,3%	86,2%	32,2%	20,3%	77,2%	50,0%	32,5%	63,2%
1 pkt	16,2%	12,5%	5,6%	32,9%	28,6%	1,6%	17,0%	25,5%	1,3%
2 pkt	50,2%	55,3%	8,2%	34,9%	51,1%	21,2%	6,1%	5,5%	3,5%
3 pkt							1,3%	3,6%	5,5%
4 pkt							25,7%	32,9%	5,2%
5 pkt									21,3%

Jeżeli skonfrontujemy podane wielkości ze schematem oceniania, a w szczególności z ważną jego kategorią „Pokonanie zasadniczych trudności zadania” możemy ocenić wielkość populacji umiejącej sobie poradzić sobie z poszczególnymi zadaniami. Na przykład, w zadaniu nr 34, przez pokonanie zasadniczych trudności zadania (i wycenione w schemacie na 3 punkty) rozumiemy ułożenie przez zdającego równania z jedną niewiadomą. Jak widać było 5,5% takich maturzystów. W ich pracach rozwiązanie tego zadania się kończyło na równaniu z jedną niewiadomą, bądź dalej popełniali błędy merytoryczne. Kolejne 5,2% maturzystów potrafiło rozwiązać zadanie do końca z jakąś usterką (np. błędem rachunkowym), a 21,3% maturzystów zaprezentowało rozwiązanie pełne. Sumując, otrzymujemy zatem 32% maturzystów, którzy potrafią zaprezentować umiejętność rozwiązania układu równań prowadzącego do równania kwadratowego. Jakie jeszcze refleksje budzą dane z tej tabeli oraz z tabeli poprzedniej? Oto niektóre z nich:

- tylko nieco więcej niż połowa maturzystów potrafiła na egzaminie bezbłędnie rozwiązać bardzo popularną już nierówność kwadratową (zadanie nr 30) lub też równanie wielomianowe stopnia trzeciego (zadanie nr 26) wymagające jedynie umiejętności grupowania wyrazów, czyli rozumienia prawa rozdzielności mnożenia względem dodawania (lub odejmowania),
- cieszą wielkości procentowe grup maturzystów, którzy uzyskali obydwa punkty w dwóch zadaniach na dowodzenie (8,2% w zadaniu nr 28 i 21,2% w zadaniu nr 31). Dodajmy, że zadanie nr 31, wymagające posługiwania się pojęciem podzielności liczb całkowitych, pojawiło się po raz pierwszy w arkuszu dla poziomu podstawowego,
- martwi, że niemal co trzeci maturzysta nie potrafił:
 - odczytać (i poprawnie zapisać!) elementarnych własności funkcji z jej wykresu (zadanie nr 29),
 - poprawnie obliczyć cosinusa kąta ostrego, mając dany sinus tego kąta albo też wykonać poprawnie obliczeń na liczbach rzeczywistych (zadanie nr 27),
 - poprawnie rozpoznać ostrosłupa prawidłowego czworokątnego, obliczyć długość krawędzi jego podstawy mając dane jej pole, bądź też zapisać zależność opisującą pole powierzchni bocznej tej bryły (zadanie nr 33).

Poziom rozszerzony egzaminu

Zdający po raz pierwszy egzamin maturalny z matematyki wybranej jako przedmiot dodatkowy (poziom rozszerzony egzaminu) uzyskali średni wynik procentowy **51,3%**. Tym samym arkusz zawierający 12 zadań otwartych był dla tegorocznych maturzystów **umiarkowanie trudny** (por. klasyfikację prof. Niemierki). 11 zadań w tym arkuszu badało umiejętności opisane w trzech najwyższych obszarach standardów (**MOD, STR, ROZ**), tylko jedno zadanie (nr 8) badało umiejętności z II obszaru standardów (**REP**). W szczególności, w arkuszu było tylko jedno zadanie na dowodzenie (zadanie nr 2). Zadania treściowo były osadzone w 9 spośród 10 działów podstawy programowej.

Maksymalną liczbę 50 punktów za pełne rozwiązania wszystkich 12 zadań z arkusza uzyskało **39** zdających, natomiast **49** zdających „zgubiło” zaledwie jeden punkt (zob. diagram 10.). Na przeciwnym biegunie znajduje się **70** zdających, którzy nie zdobyli ani jednego punktu za swoje rozwiązania.

Rozkład wyników pisemnego egzaminu maturalnego, matematyka, poziom rozszerzony, maj 2013 (N = 5534, średni wynik = 25 pkt.)

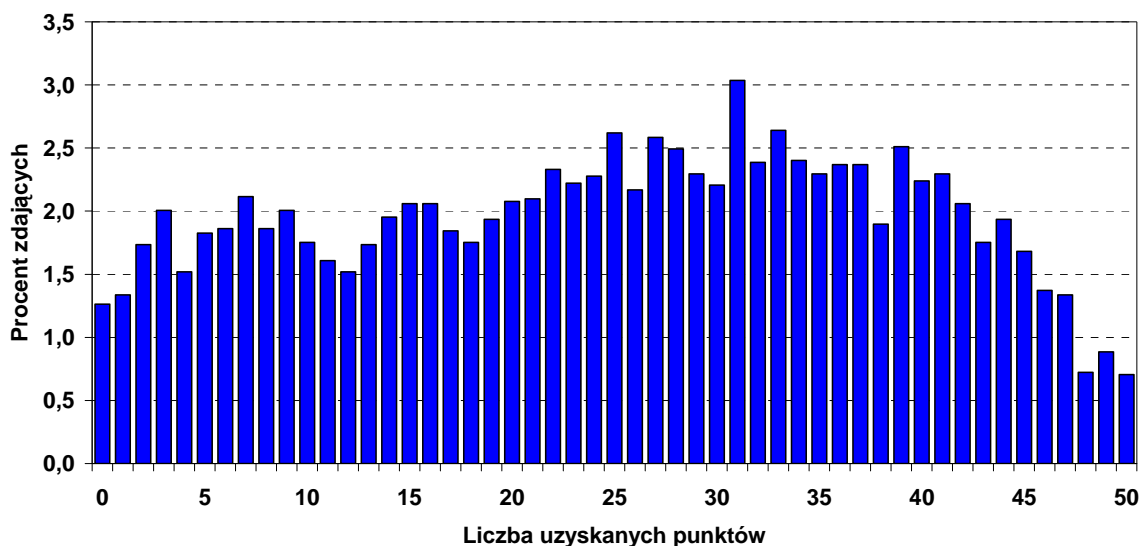


Diagram 10. Matematyka, maj 2013, poziom rozszerzony – rozkład wyników punktowych

Wskaźniki łatwości zadań, matematyka, poziom rozszerzony, maj 2013 r.

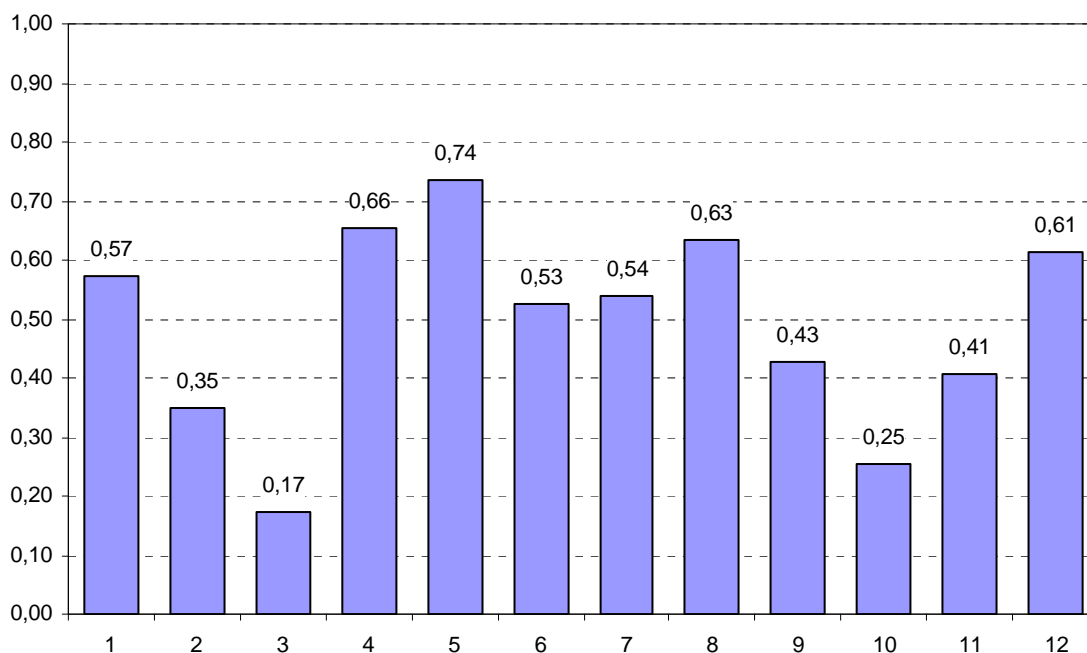


Diagram 11. Matematyka, maj 2013, poziom rozszerzony – wskaźniki łatwości zadań

Z powyższego diagramu nr 11 dowiadujemy się, że wśród 12 zadań było:

- jedno zadanie **bardzo trudne** (zadanie nr 3, z kombinatoryki),
- cztery zadania **trudne** (zadanie nr 2 – dowód geometryczny, zadanie nr 9 – geometria płaska, zadanie nr 10 – stereometria i zadanie nr 11 – rachunek prawdopodobieństwa),
- sześć zadań **umiarkowanie trudnych** (nr 1 – nierówność z wartością bezwzględną, nr 4 – równanie trygonometryczne, nr 6 – równanie kwadratowe z parametrem, nr 7 – geometria analityczna, nr 8 – wielomiany, nr 12 – wykresy funkcji logarytmicznych),
- jedno zadanie **łatwe** (nr 5 – własności ciągu geometrycznego oraz własności ciągu arytmetycznego).

Zdecydowana większość maturzystów świadomie i z rozmysłem wybierała matematykę jako przedmiot egzaminu dodatkowego. Potwierdzeniem może być choćby obserwacja frakcji opuszczeń zadań z arkusza (zob. tabela 9). Najczęściej opuszczanym zadaniem było zadanie nr 12 – jedno z mniej skomplikowanych a zarazem ostatnie zadanie w arkuszu. Ponieważ poprzednie zadanie dotyczyło rachunku prawdopodobieństwa (ostatni dział podstawy programowej), więc być może niektórzy zdający nie spodziewali się jeszcze jednego zadania. Układ zadań w dotychczasowych arkuszach odpowiadał przecież kolejności treści w podstawie programowej.

Tabela 9. Matematyka, maj 2013, poziom rozszerzony – wskaźniki łatwości oraz frakcje opuszczeń zadań

Numer zadania w arkuszu	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
Wskaźnik łatwości zadania	0,57	0,35	0,17	0,66	0,74	0,53	0,54	0,63	0,43	0,25	0,41	0,61
Procent opuszczeń zadania	1,4%	1,7%	4,7%	4,7%	0,9%	4,3%	1,7%	5,4%	1,4%	3%	4,4%	6,3%

Zastanawia także to, iż trudne zadanie z kombinatoryki (nr 3) było tak samo często niepodjętowane jak typowe i nieskomplikowane zadanie z trygonometrii. Jednocześnie musi martwić to, że typowe zadanie nr 8 (wielomian i jego pierwiastki) było trzy razy częściej opuszczane niż chociażby zadanie z geometrii analitycznej (zadanie nr 7).

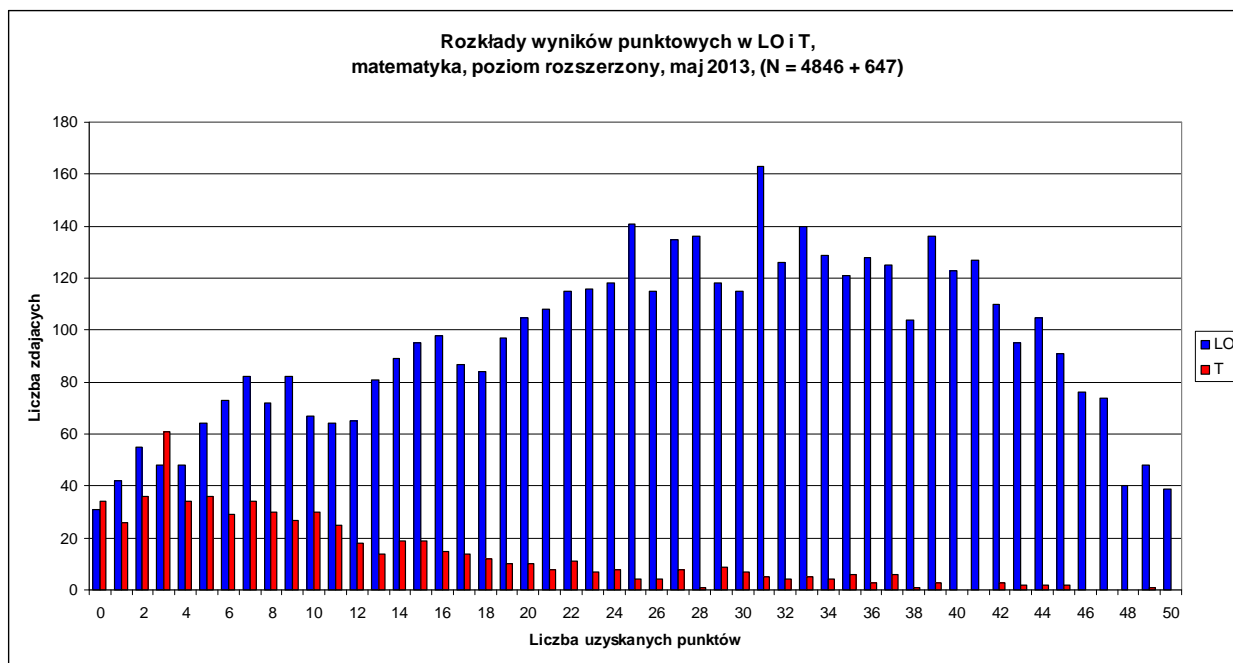


Diagram 12. Matematyka, maj 2013, poziom rozszerzony - rozkłady wyników punktowych w dwóch typach szkół (LO i T)

Powyższy diagram ilustruje wyniki zdających tylko z dwóch typów szkół – liceum ogólnokształcącego i technikum. Te dwie grupy zdających dominowały. Na 5534 wszystkich arkuszy egzaminacyjnych z tego poziomu egzaminu, aż 5494 arkusze pochodziły z LO i T (35 arkuszy było rozwiązywanych przez zdających z liceów profilowanych, 5 przez uczniów liceów uzupełniających). Jeden maturzysta z technikum „toczył” równorzędną walkę o maksymalny wynik z absolwentami liceów, uzyskując 49 punktów. Populacja absolwentów LO była prawie osiem razy liczniejsza od populacji absolwentów z technikum. I dobrze jest zaobserwować, że absolwenci technikum nie zadowalali się rozwiązaniem kilku typowych zadań, tylko „walczyli o wszystko” na tym egzaminie.

Tabela 10. Poziom rozszerzony – rozkład punktów uzyskiwanych w poszczególnych zadaniach

Nr zad.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
0 pkt	24,2%	53,6%	77,2%	17,7%	5,6%	24,5%	16,8%	24,1%	23,3%	46,8%	35,4%	17,4%
1 pkt	9,8%	12,8%	7,4%	7,0%	9,7%	8,6%	30,6%	4,3%	37,4%	31,9%	15,0%	16,8%
2 pkt	13,6%	2,9%	1,9%	12,5%	13,1%	7,7%	8,5%	15,9%	4,8%	5,3%	11,7%	30,6%
3 pkt	16,7%	2,0%	13,5%	20,9%	5,0%	8,5%	8,4%	5,2%	1,3%	4,9%	27,7%	35,2%
4 pkt	35,7%	28,8%		41,9%	16,1%	11,0%	35,6%	50,4%	3,2%	11,1%	10,2%	
5 pkt					50,6%	16,2%			29,9%			
6 pkt						23,5%						

Bardzo zachęcamy Państwa do przeanalizowania powyższego rozkładu punktów uzyskiwanych przez zdających w zadaniach z tego arkusza. Analiza będzie pełniejsza, jeśli będzie jej towarzyszyć obserwowanie schematu oceniania zadań. Teraz odnotujemy jedynie kilka uwag do wyników uzyskanych w zadaniach typowych:

1. maturzyści nieźle poradzi sobie z zadaniem nr 5, wymagającym znajomości własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego oraz umiejętności zbudowania układu równań i jego rozwiązania. Zasadnicze trudności zadania pokonało 71,7% zdających, a połowa maturzystów uzyskała maksymalny wynik za swoje, pełne rozwiązania.
2. Nieco zaskakuje rozkład punktów w zadaniu nr 8. Wymagało ono przecież mniej skomplikowanych obliczeń niż w przypadku ciągów w zadaniu nr 5. Tymczasem niemal co czwarty maturzysta miał kłopot z uzyskaniem choćby jednego punktu w tym zadaniu. Czyżby pojęcie reszty z dzielenia wielomianu przez dwumian stopnia pierwszego było zbyt abstrakcyjne, zbyt skomplikowane?
3. Podobna obserwacja dotyczy „zer” w zadaniu nr 6. Tutaj, także, prawie co czwarty maturzysta nie potrafił poprawnie rozpocząć rozwiązywać tego zadania. A przecież pierwszy punkt można było uzyskać już za sprawdzenie warunku istnienia dwóch różnych rozwiązań równania kwadratowego. Czy podwójna nierówność mogła zaskoczyć maturzystów?
4. I jeszcze jedna grupa zerowych wyników. Tym razem w typowej nierówności z wartością bezwzględną (zadanie nr 1). Znowu, niemal co czwarty maturzysta nie potrafił poprawnie wyróżnić trzech przedziałów na osi liczbowej albo zapisać czterech przypadków.
5. Zadanie nr 4 wymagało od zdającego umiejętności rozwiązania równania trygonometrycznego. 17,7% zer w tym zadaniu na pewno chluby zdającym nie przynosi. Jeden punkt maturzysta otrzymywał de facto za skorzystanie ze wzoru (jest w *Zestawie wzorów!*) i przekształcenie równania do postaci, w której występuje jedna funkcja trygonometryczna tego samego argumentu.

2.4. Podsumowanie

Na obowiązkowym egzaminie maturalnym z matematyki w maju 2013 roku tegorocznicy maturzyści z naszego okręgu uzyskali średni wynik 56% i jest on o 1 punkt procentowy wyższy niż średnia w kraju. Średni wynik z matematyki wybranej jako przedmiot dodatkowy jest równy 51,3% (w kraju średni wynik to 54%).

Najtrudniejszym zadaniem zamkniętym (wskaźnik łatwości 0,45) było zadanie nr 10, badające umiejętność rozwiązania nierówności liniowej i wskazania najmniejszej liczby spełniającej tę nierówność. Trudne dla maturzystów były także zadania nr 11 i nr 19 (wskaźnik łatwości 0,46) badające, odpowiednio, umiejętność rozpoznania wzoru funkcji, której wykres został przesunięty po osi Ox i umiejętność postępowania się równaniem okręgu $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.

Spośród zadań otwartych w arkuszu dla poziomu podstawowego najtrudniejsze były oba zadania na dowodzenie, nr 28 i nr 31, (wskaźniki łatwości równe 0,11 i 0,22 odpowiednio). Oba zadania były jednocześnie najczęściej opuszczanymi przez zdających. W tym arkuszu nie było łatwych ani bardzo łatwych zadań otwartych. Najłatwiejszym zadaniem otwartym było zadanie nr 30 (wskaźnik łatwości 0,65) wymagające rozwiązania nierówności kwadratowej.

Na poziomie rozszerzonym zdający najlepiej poradzi sobie z zadaniem nr 5 (wskaźnik łatwości 0,74), w którym należało wykorzystać własności ciągu geometrycznego oraz własności ciągu arytmetycznego. Bardzo trudne okazało się zadanie nr 3 (wskaźnik łatwości 0,17), w którym zliczali obiekty w sytuacji kombinatorycznej. Taki wynik osiągnięto w zadaniu, które nie było najczęściej opuszczanym zadaniem przez zdających.

Obserwacja rozkładów punktów uzyskiwanych na poziomie rozszerzonym pokazuje, że niemal czwarta część zdających miała kłopoty ze zdobyciem nawet jednego punktu w trzech typowych zadaniach z tego arkusza (nr 1, nr 6 i nr 8).

Wciąż aktualne pozostają więc prośby do następnych roczników maturzystów: o zaznajomienie się z wymaganiami egzaminacyjnymi opublikowanymi w *Informatorze maturalnym z matematyki od 2010 roku*, o rozwiązywanie zadań z przykładowych arkuszy zamieszczonych na stronach internetowych centralnej i okręgowych komisji egzaminacyjnych, o samodzielne ale ze wsparciem i pod kierunkiem nauczyciela matematyki przygotowanie się do egzaminu maturalnego.

3. Korelacje, korelacje, korelacje ...

W sprawozdaniach po egzaminie zwykle najwięcej miejsca poświęcamy wskaźnikom łatwości zadania, rozkładowi wyborów distraktorów w zadaniach zamkniętych, rozkładowi wyników punktowych w zadaniach otwartych czy frakcjom opuszczeń zadań. Można próbować nieco inaczej sfotografować populację zdających egzaminy. Poniżej zamieścimy kilkanaście diagramów porównawczych. Niektóre z nich będą dotyczyć tego samego zdającego, większość jednak stanowią porównania populacyjne. Rozpoczynamy od porównania wyników zdających z poziomu podstawowego, w dwóch grupach zadań.

**Średni wynik za zadania otwarte według wyniku za zadania zamknięte (arkusz PP)
(u dołu słupków liczba wyników)**

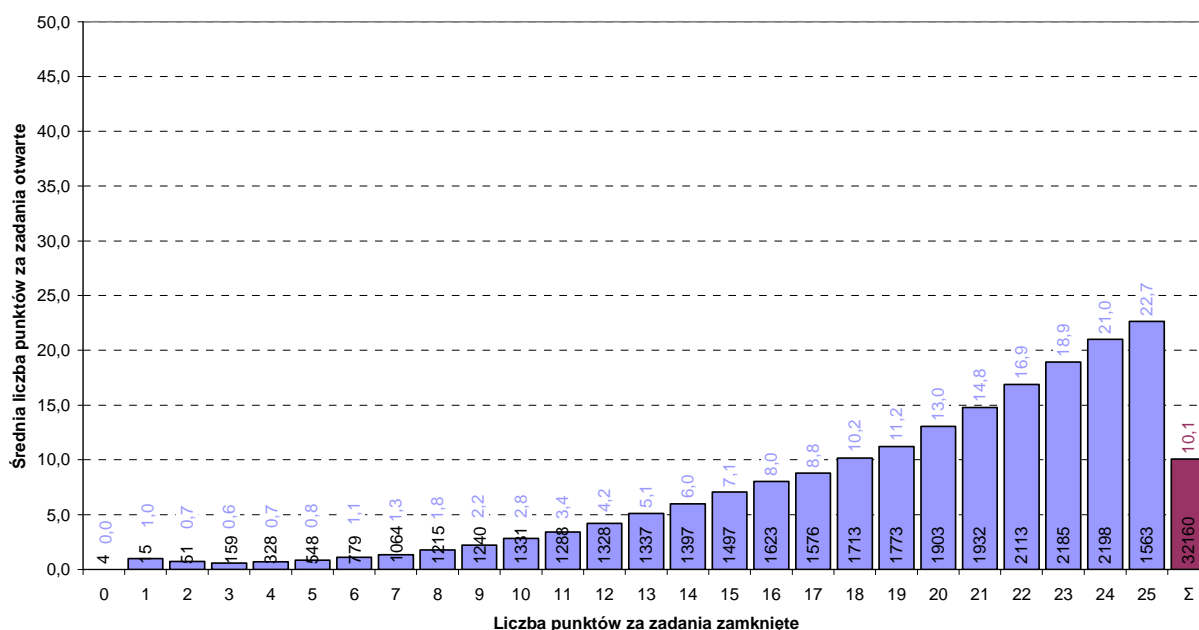


Diagram 13. Matematyka, maj 2013, średni wynik w zadaniach otwartych według liczby punktów za zadania zamknięte

Diagram 13. powstał wprost z numerów PESEL zdających. Zależność jest nietrudna do uchwycenia. Wyższym wynikom za zadania zamknięte odpowiada wyższy wynik za zadania otwarte. Nie ma tutaj mowy o przypadku. A jak wygląda zależność odwrotna?

Ilustruje ją diagram 14. Wciąż jest wyraźna, ale nie jest już tak silna. Popatrzmy, na przykład, na średnie wyniki punktowe w zadaniach zamkniętych między 15 i 20 punktów. Odpowiadają im wyniki od 6 do 14 punktów za zadania otwarte.

**Średni wynik za zadania zamknięte według wyniku za zadania otwarte (arkusz PP)
(u dołu słupków liczba wyników)**

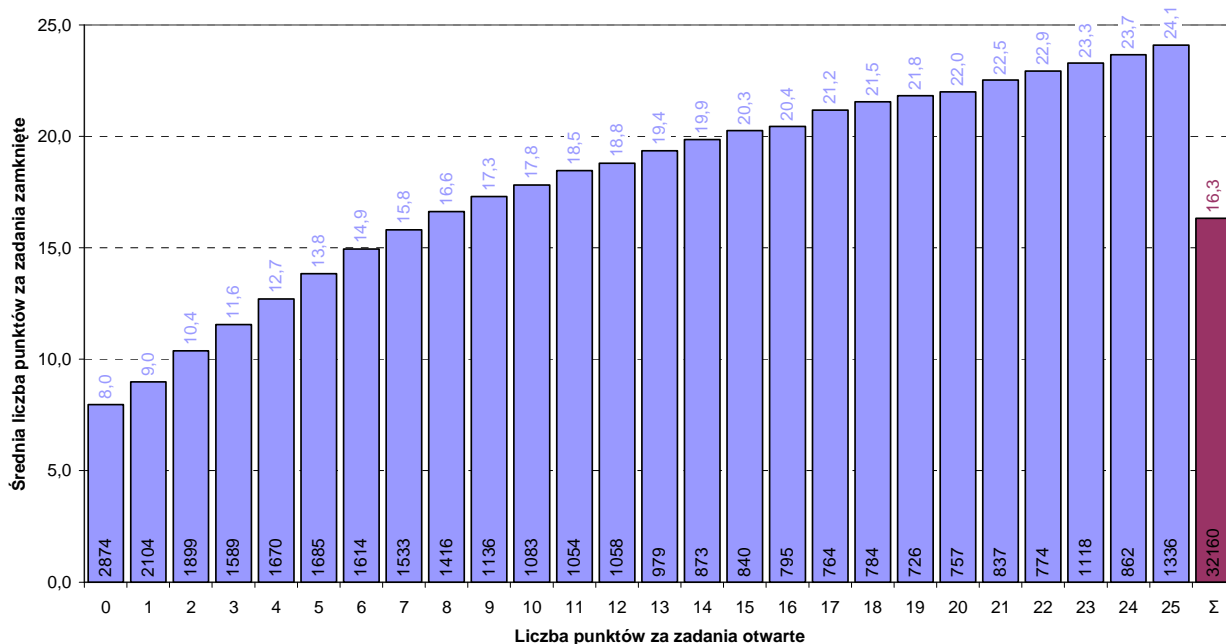


Diagram 14. Matematyka, maj 2013, średni wynik w zadaniach zamkniętych według liczby punktów za zadania zamknięte

Kolejne dwa diagramy również powstały w odniesieniu do numeru PESEL i dotyczą wyników zdających na obu poziomach. Na początek silniejsza zależność.

**Średni wynik na poziomie rozszerzonym według wyniku poziomu podstawowego
(u dołu słupków liczba wyników)**

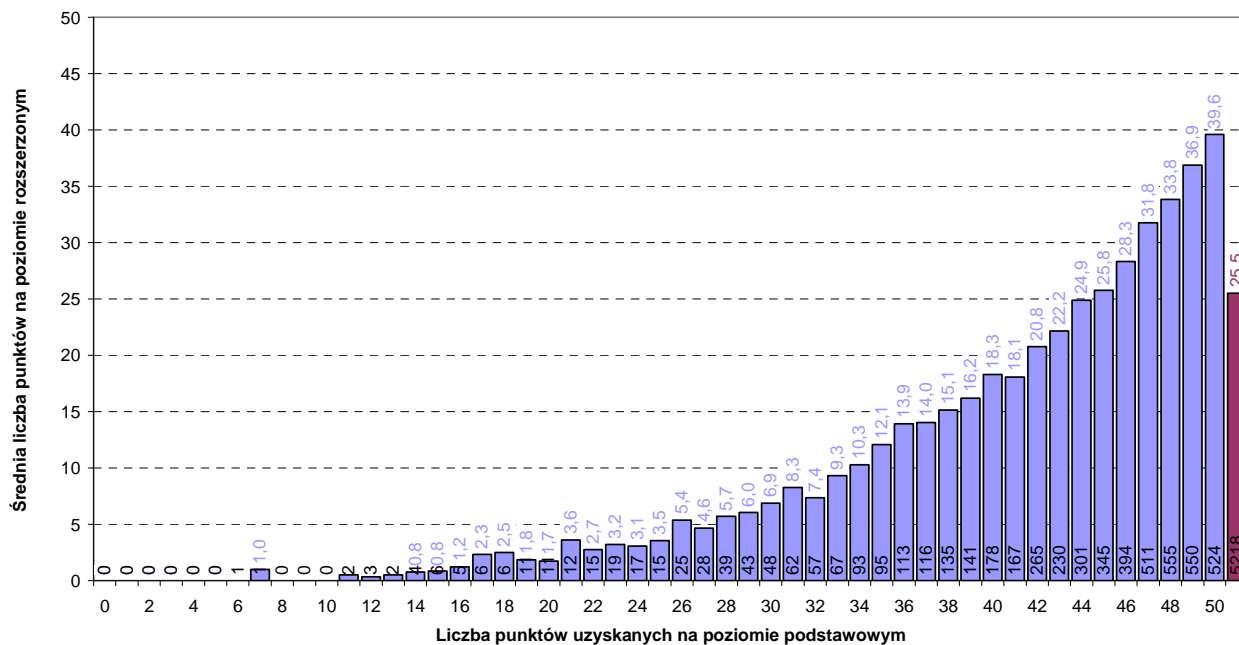


Diagram 15. Matematyka, maj 2013, średni wynik egzaminu PR według liczby punktów PP

Zauważmy, że, przykładowo, jeżeli średni wynik zdającego na poziomie rozszerzonym równa się 25 punktów (bliski średniemu wynikowi na tym poziomie), to okazuje się, że na poziomie podstawowym uzyskiwał on 44 punkty lub więcej (w takiej grupie jest 301 zdających). Niski wynik na poziomie rozszerzonym, na przykład nie większy od 5 punktów, oznacza wynik niższy niż 28 punktów na poziomie podstawowym (czyli nie wyższy niż średni wynik na egzaminie obowiązkowym). Przy okazji dostrzeżemy katastrofę, która przydarzyła się kilku zdającym. Nie zdali egzaminu obowiązkowego, ich średnie wyniki na poziomie rozszerzonym nie były wyższe niż 4,08 punktu. Popatrzmy teraz na słabszą zależność odwrotną (zob. diagram 16.).

Średni wynik na poziomie podstawowym według wyniku z poziomu rozszerzonego (u dołu słupków liczba wyników)

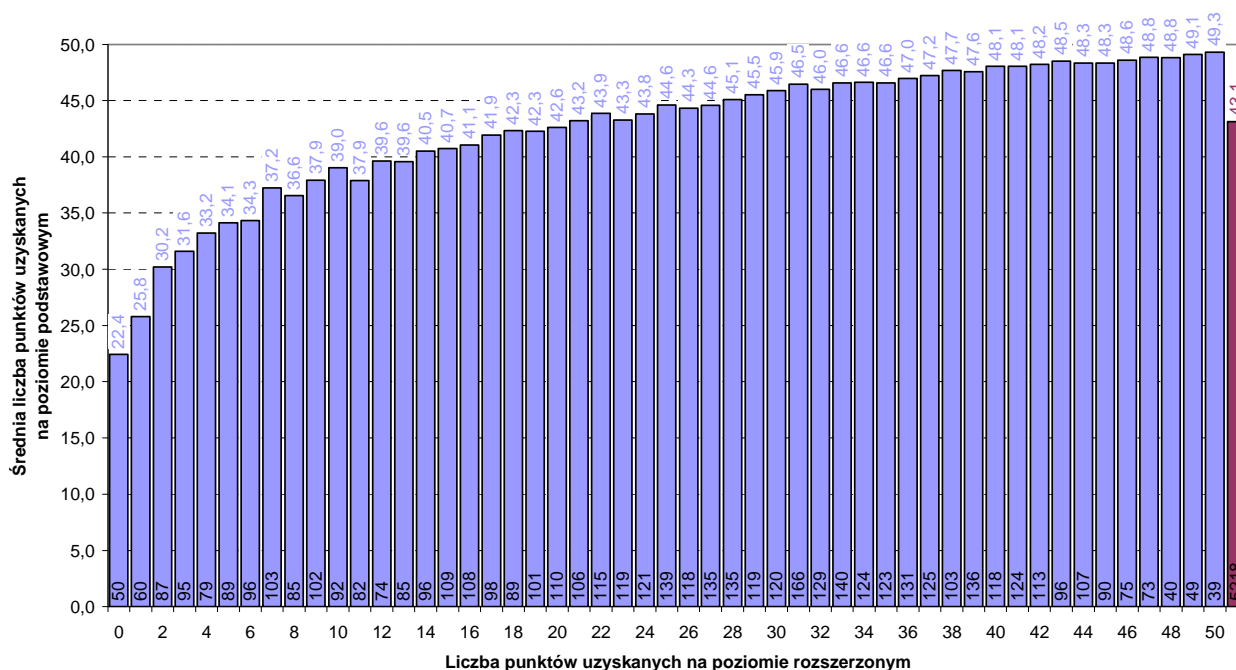


Diagram 16. Matematyka, maj 2013, średni wynik egzaminu PP według liczby punktów PR

Przyjrzyjmy się przykładowo grupie 50 osób, które na obowiązkowym egzaminie uzyskały średni wynik 22,4 punktu. Na poziomie rozszerzonym niestety nie zdobyli już żadnego punktu. Arkusze z obu poziomów różnią się zakresem treści i złożonością badanych umiejętności. Pod tym względem egzamin na poziomie rozszerzonym był przewidywalny. Wysoki wynik z poziomu podstawowego nie oznacza automatycznie wysokiego wyniku na poziomie rozszerzonym. Wystarczy popatrzeć na średnie wyniki (PP) wyższe niż 45 punktów. Na poziomie rozszerzonym odpowiadają im wyniki od 28 do 50 punktów.

Tyle o porównaniu wyników punktowych tych samych zdających w obrębie jednego arkusza, czy też między poziomami egzaminu. Chcielibyśmy teraz przedstawić porównanie wyników w niektórych zadaniach z obu arkuszy. Rozpocznijmy od zadań z poziomu podstawowego.

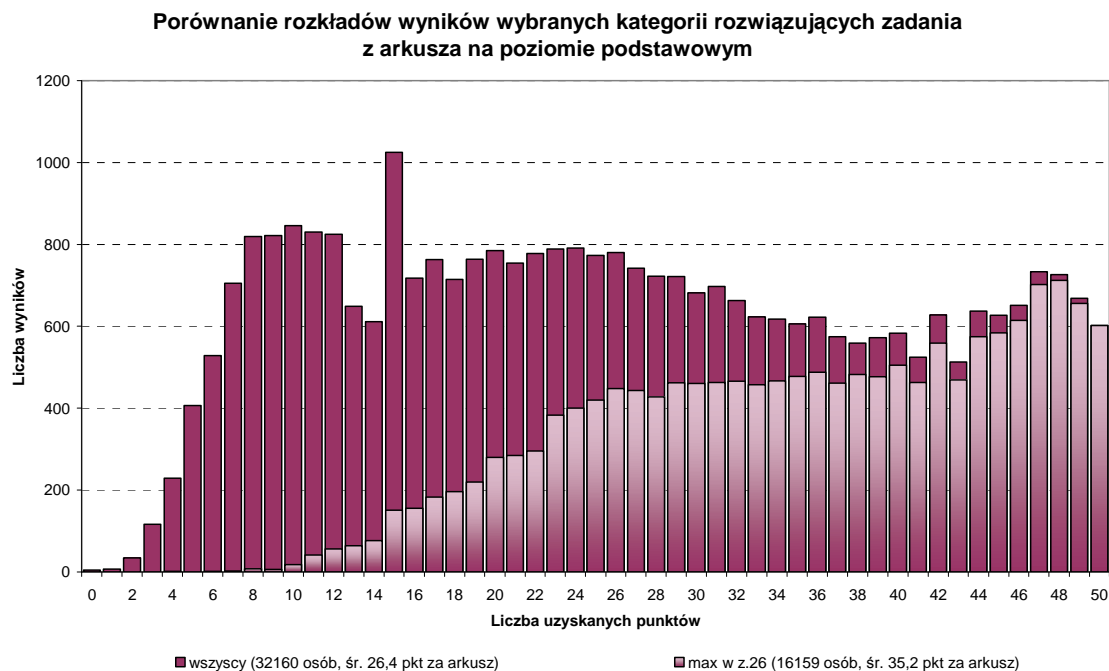


Diagram 17. Matematyka, maj 2013, maksymalne wyniki w zadaniu 26. a wynik egzaminu PP

Jak wcześniej widzieliśmy (por. Tabela 8.), połowa zdających uzyskała maksymalny wynik (2 punkty) za poprawne rozwiązanie typowego równania wielomianowego. Teraz możemy zobaczyć całą tę grupę zdających na tle wszystkich egzaminowanych. Ze względu na skalę, nie możemy tego zobaczyć wprost na diagramie, ale był jeden zdający, który poprawnie rozwiązał to równanie, a jego wynik ogólny egzaminu to tylko 4 punkty (na 229 zdających, którzy osiągnęli 4 punkty). Podobny kształt ma diagram 22., ilustrujący wynik egzaminu i maksymalny wynik w zadaniu 27. (trygonometria).

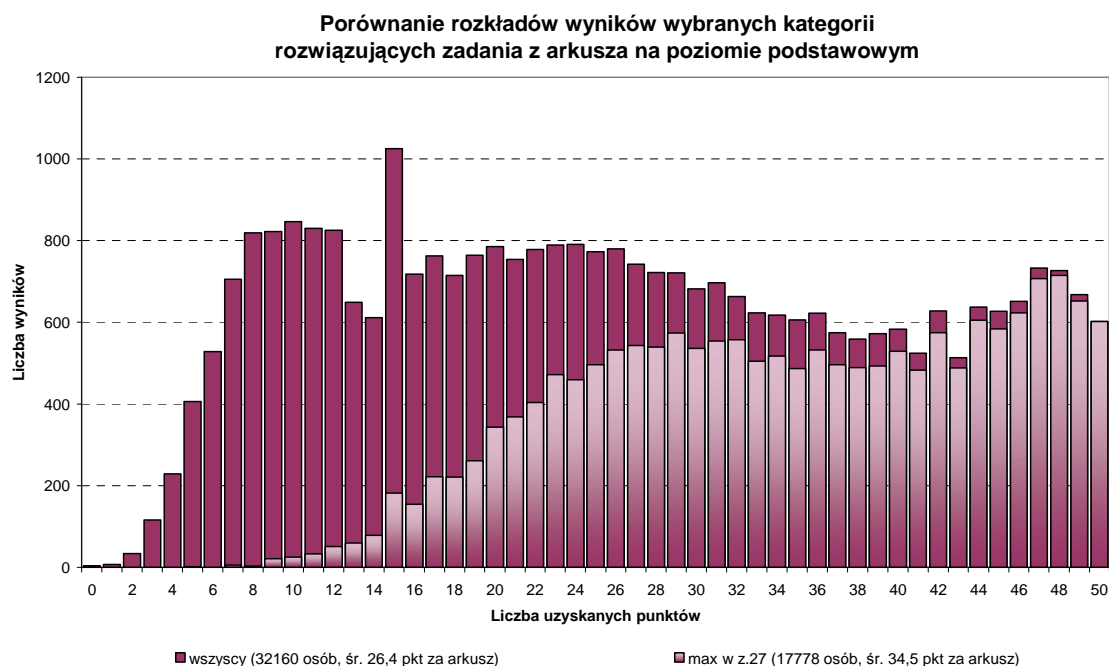


Diagram 18. Matematyka, maj 2013, maksymalne wyniki w zadaniu 27., a wynik egzaminu PP

Wśród rozwiązujących poprawnie zadania 26. i 27., byli także zdający, którzy nie zdali egzaminu. Łatwo możemy się domyślać kształtu diagramu wyników maksymalnych w zadaniu nr 28, na dowodzenie.

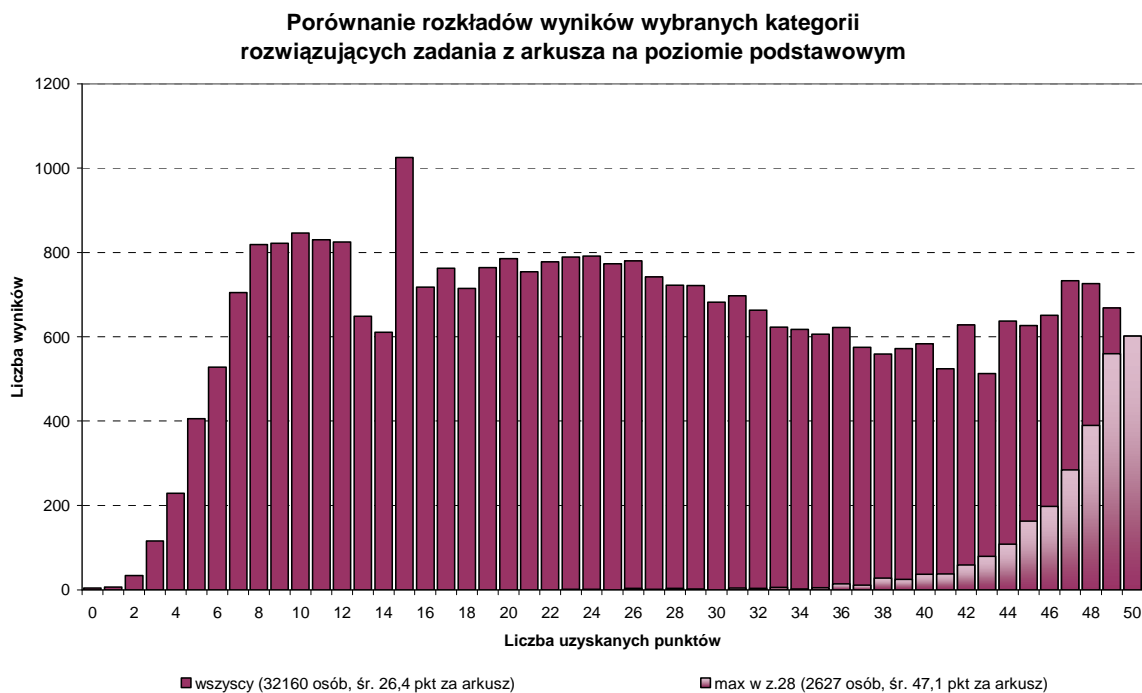


Diagram 19. Matematyka, maj 2013, maksymalne wyniki w zadaniu 28., a wynik egzaminu PP

Zdających, którzy potrafili poprawnie dowieść tezy twierdzenia, należy szukać wśród tych, którzy na egzaminie uzyskiwali co najmniej 23 punkty (była jedna taka osoba). Tylko trochę lepiej wygląda to w zadaniu 31., (dowód podzielności liczby przez 17).

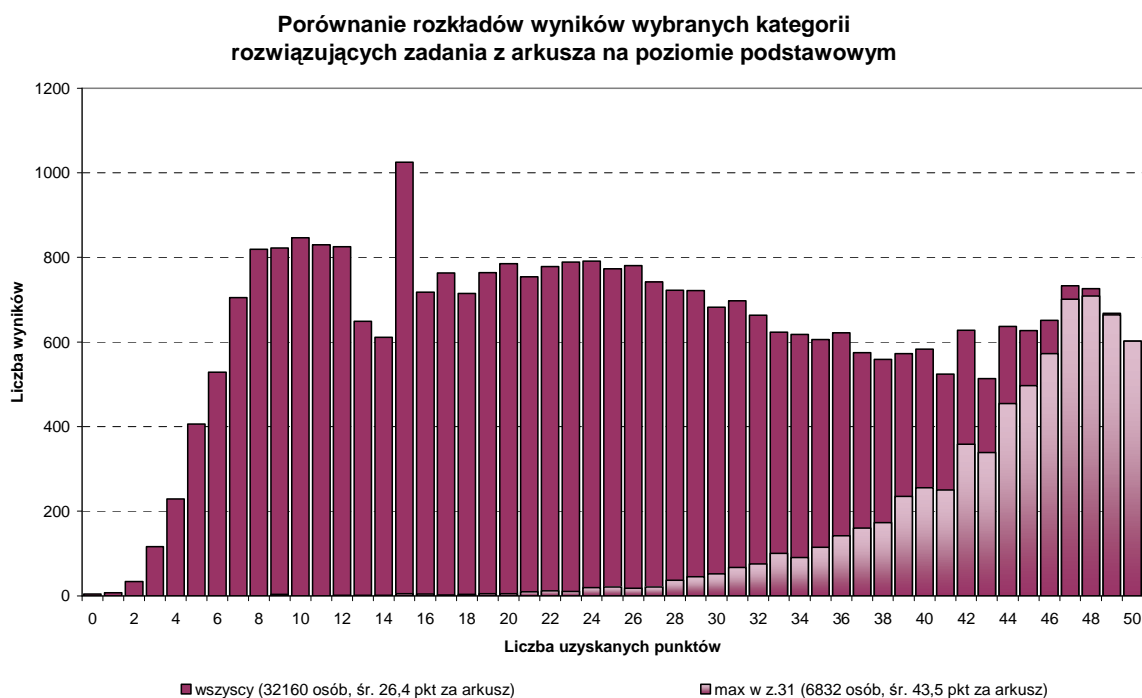


Diagram 20. Matematyka, maj 2013, maksymalne wyniki w zadaniu 31., a wynik egzaminu PP

I jeszcze jedno porównanie (zob. diagram 23.), dotyczące tym razem zadania 34. (zadanie tekstowe, wymagające zbudowania modelu). Uwzględniliśmy w nim zdających, którzy co najmniej **pokonali zasadnicze trudności zadania**, czyli uzyskali 3, 4 lub 5 punktów, to znaczy potrafili przejść z układu równań do równania z jedną niewiadomą. Mimo że średnia uzyskanych przez tych zdających punktów wyniosła 40,8, to jednak znalazło się wśród nich 5 osób, które egzaminu nie zdały (2 osoby uzyskały 11 punktów, 3 osoby 13 punktów).

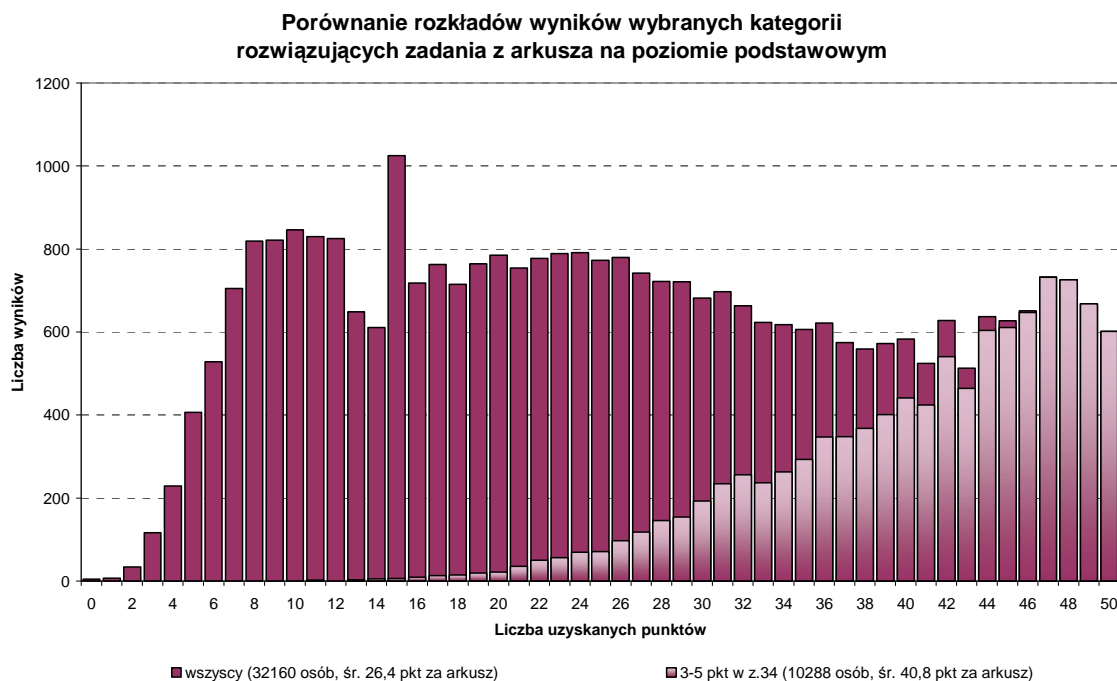


Diagram 21. Matematyka, maj 2013, maksymalne wyniki w zadaniu 34., a wynik egzaminu PP

Na zakończenie przedstawimy dwa diagramy porównawcze zdających z poziomu rozszerzonego.

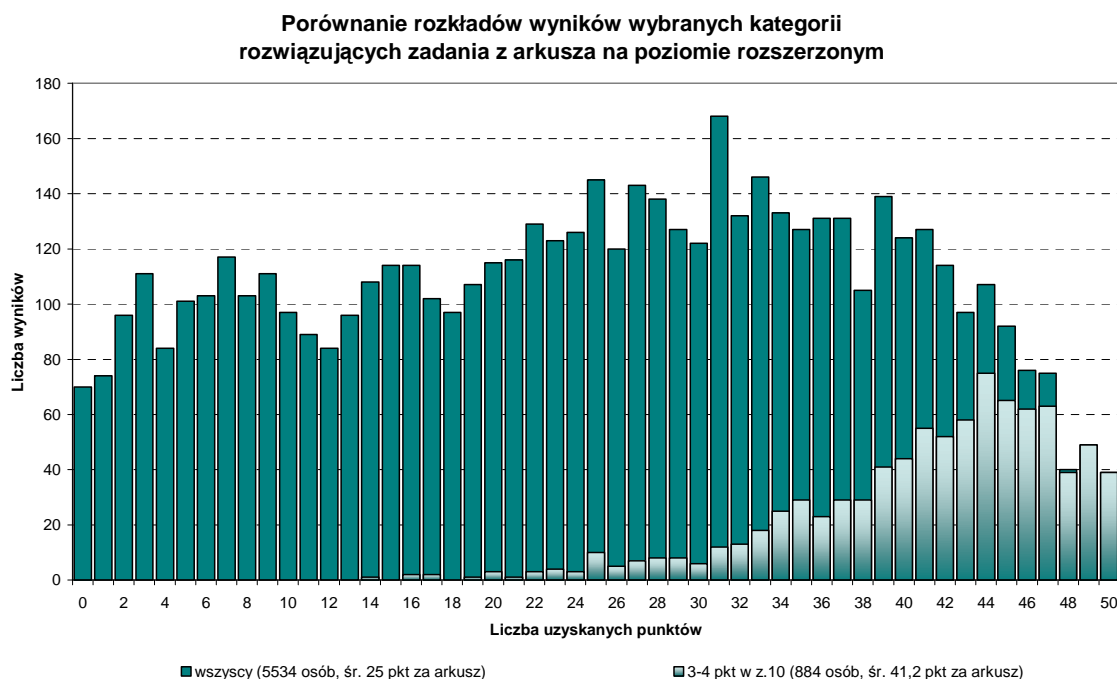


Diagram 22. Matematyka, maj 2013, maksymalne wyniki w zadaniu 10., a wynik egzaminu PR

Obserwując kształt tego diagramu wydaje się, że zadanie 10. polegało na przeprowadzeniu dowodu. Tymczasem, przypomnijmy, zadanie polegało na wyznaczeniu objętości ostrosłupa. Nieliczne były grupy osób, które potrafiły **pokonać zasadnicze trudności** i uzyskiwały 3 lub 4 punkty w tym zadaniu. Takich zdających należy szukać wśród tych, którzy uzyskali co najmniej 14 punktów (był jeden taki zdający). Wygląda na to, że zrozumienie (i wykorzystanie) pojęcia „odległości punktu od płaszczyzny zawierającej ścianę boczną ostrosłupa” było kluczowe dla wyników w tym zadaniu.

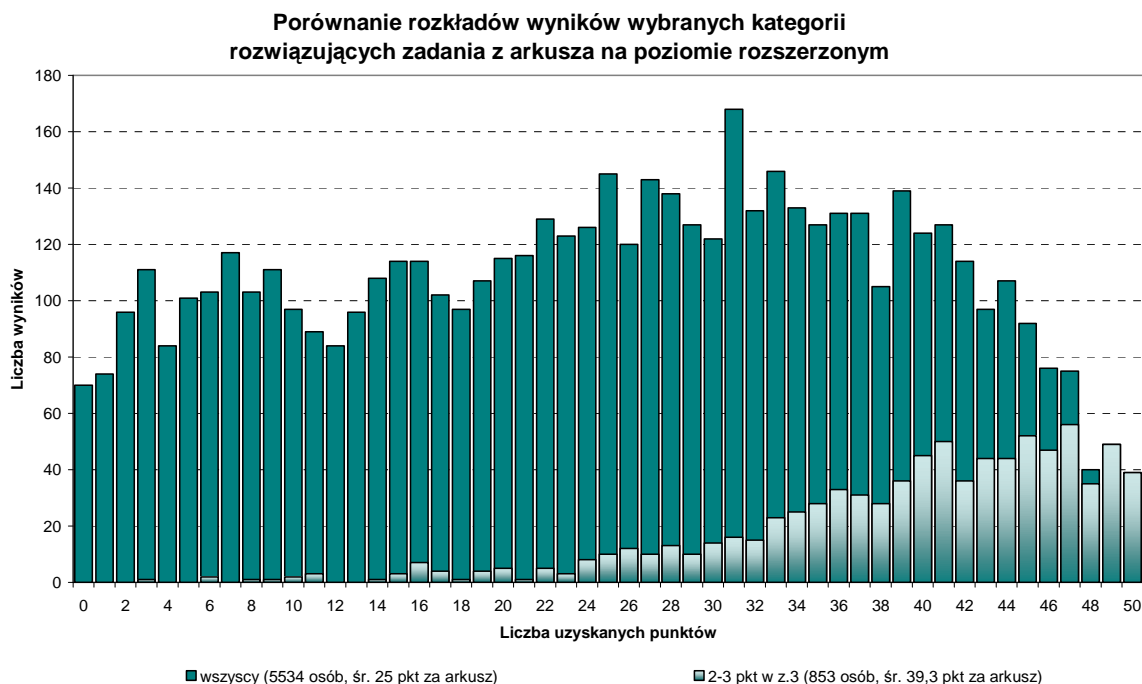


Diagram 23. Matematyka, maj 2013, maksymalne wyniki w zadaniu 3., a wynik egzaminu PR

Powyższy diagram nr 25 ilustruje porównanie wyników wszystkich zdających z tymi, którzy pokonali zasadnicze trudności w zadaniu 3. (kombinatoryka), czyli otrzymali 2 lub 3 punkty. Zadanie okazało się najtrudniejsze w arkuszu (wskaźnik łatwości to 0,17). Dlaczego zwracamy uwagę na to zadanie? Pierwszy powód jest dość oczywisty – kombinatoryka należy do najtrudniejszych działów (szkolnej) matematyki. Po drugie, można przypuszczać, że jej udział w arkuszu egzaminacyjnym od roku 2015 będzie większy niż dotychczas. Takie wrażenie może odnieść czytelnik *Informatora o egzaminie maturalnym z matematyki od roku szkolnego 2104 / 2015*. Po trzecie wreszcie, wyniki pokazane na powyższym diagramie zdają się potwierdzać obserwacje niektórych nauczycieli matematyki: trudno jest (na)uczyć myślenia kombinatorycznego. Albo ujmijmy to inaczej: umiejętność zliczania obiektów w sytuacjach kombinatorycznych posiada naprawdę wielu uczniów. Na diagramie 25., 2 lub 3 punkty w zadaniu nr 3 zdobywają zarówno zdający z wysokimi wynikami, jak również z wynikami niskimi. W szczególności jest tam jeden zdający, dla którego były to **jedynie punkty**, które osiągnął na tym egzaminie.