

Mieczysław Fałat
MATEMATYKA
1. Statystyki egzaminu

W naszym okręgu do obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki, który przeprowadzono w dniu 8 maja 2012 roku (termin główny), o godzinie 9.00 oraz 6 czerwca (termin dodatkowy) przystąpiło, po raz pierwszy, łącznie 29499 absolwentów szkół ponadgimnazjalnych. 9 maja o godzinie 9.00 (termin główny) oraz 6 czerwca (termin dodatkowy), łącznie 4939 zdających (t.j. 16,7% zdających egzamin obowiązkowy) rozwiązywało zadania z matematyki wybranej jako przedmiot dodatkowy (poziom rozszerzony egzaminu).

Tabela 1. Liczby uczniów zdających po raz pierwszy egzamin maturalny z matematyki

Zdający po raz pierwszy	Liczba zdających	
	obowiązkowo	dodatkowo
	poziom podstawowy	poziom rozszerzony
<i>OKE Wrocław</i>		
LO	17952	4536
LP	974	24
T	9609	555
LU	820	2
TU	144	2
RAZEM	29499	4939
<i>Województwo dolnośląskie</i>		
LO	13531	3418
LP	743	22
T	6480	429
LU	605	2
TU	87	1
RAZEM	21446	3872
<i>Województwo opolskie</i>		
LO	4421	938
LP	231	2
T	3129	126
LU	215	-
TU	57	1
RAZEM	8053	1067

Spośród 29499 zdających w naszym okręgu obowiązkowy egzamin maturalny, 24786 zdających uzyskało co najmniej 30% punktów z arkusza. Zatem w naszym okręgu zdawalność egzaminu z matematyki jest równa 84% (zob. Tabelę 2.). Zdawalność egzaminu była o 0,9 punktu procentowego wyższa w województwie dolnośląskim (84,3%) niż zdawalność w województwie opolskim (83,4%). Zdawalność zależała od typu szkoły i w naszym okręgu była najwyższa w liceach

ogólnokształcących 91,6%. Przy tym, przykładowo, zdawalność liceach ogólnokształcących z województwa opolskiego była nieznacznie wyższa (o 0,2 punktu procentowego) w porównaniu ze zdawalnością w dolnośląskich liceach ogólnokształcących (91,7% wobec 91,5%).

Tabela 2. Zdawalność egzaminu maturalnego z matematyki

Zdający po raz pierwszy	Zdali egzamin obowiązkowy (poziom podstawowy)	
	liczba	%
<i>OKE Wrocław</i>		
LO	16346	91,6
LP	578	59,3
T	7431	77,3
LU	291	35,5
TU	50	34,7
RAZEM	24786	84,0
<i>Województwo dolnośląskie</i>		
LO	12383	91,5
LP	439	59,1
T	5013	77,4
LU	210	34,7
TU	26	29,9
RAZEM	18071	84,3
<i>Województwo opolskie</i>		
LO	4053	91,7
LP	139	60,2
T	2418	77,3
LU	81	37,7
TU	24	42,1
RAZEM	6715	83,4

Dane z powyższej tabeli przedstawiamy również w formie graficznej (zob. Diagram 1).

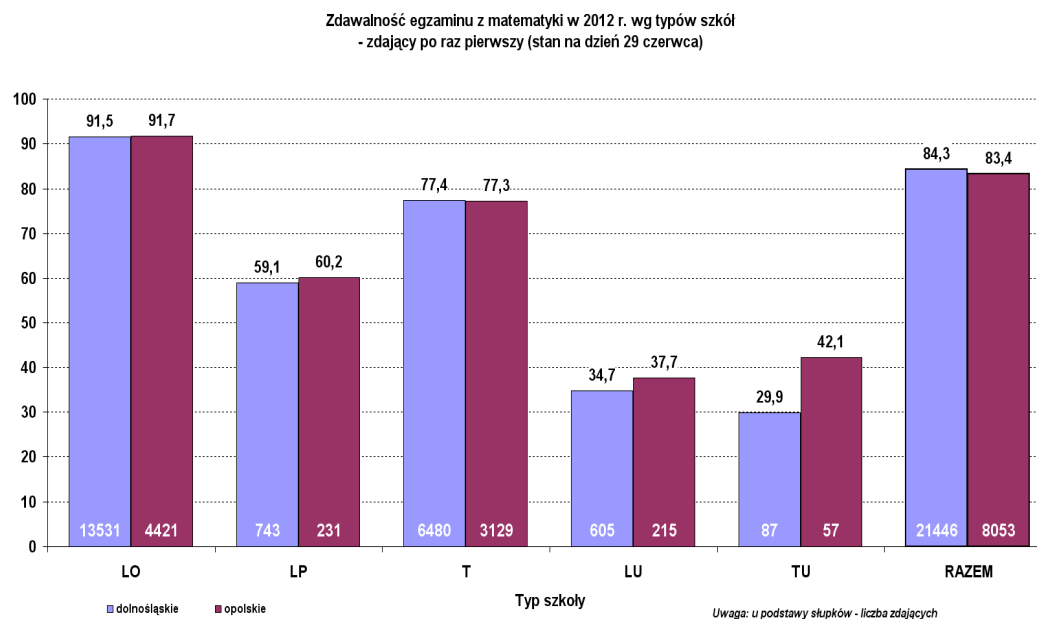


Diagram 1. Zdawalność egzaminu maturalnego z matematyki

Zdający po raz pierwszy obowiązkowy egzamin maturalny z matematyki uzyskali średni wynik procentowy równy 57,7% (zob. Tabela 3.). Najlepiej na egzaminie wypadli absolwenci liceów ogólnokształcących – średni wynik w tej grupie szkół to 65,9%, naj słabiej absolwenci liceów i techników uzupełniających – średnie wyniki w tych szkołach to odpowiednio 29,3% i 27,7%. Warto odnotować, że średni wynik procentowy w trzech typach szkół (poza liceami profilowanymi) jest wyższy w województwie opolskim niż w województwie dolnośląskim – różnice między średnimi wynikami są równe 1,3 punktu procentowego w liceach ogólnokształcących, 3,8 punktu procentowego w technicach, 3,1 punktu procentowego w liceach uzupełniających oraz 6,9 punktu procentowego w technicach uzupełniających.

Tabela 3. Średnie wyniki procentowe zdających egzamin maturalny z matematyki

Zdający po raz pierwszy	Średni wynik procentowy	
	obowiązkowy (poziom podstawowy)	dodatkowy (poziom rozszerzony)
<i>OKE Wrocław</i>		
LO	66,4	48,2
LP	36,8	13,9
T	46,8	22,9
LU	26,2	6,0
TU	27,0	14,0
RAZEM	57,7	45,1
<i>Województwo dolnośląskie</i>		
LO	66,2	48,3
LP	36,7	13,3
T	46,0	21,1
LU	25,8	6,0
TU	24,8	2,0
RAZEM	57,8	45,0
<i>Województwo opolskie</i>		
LO	66,8	47,8
LP	37,0	21,0
T	48,3	28,8
LU	27,6	-
TU	30,4	26,0
RAZEM	57,4	45,5

Dane z Tabeli 3. przedstawiono także w postaci graficznej (zob. Diagramy 2. i 3.).

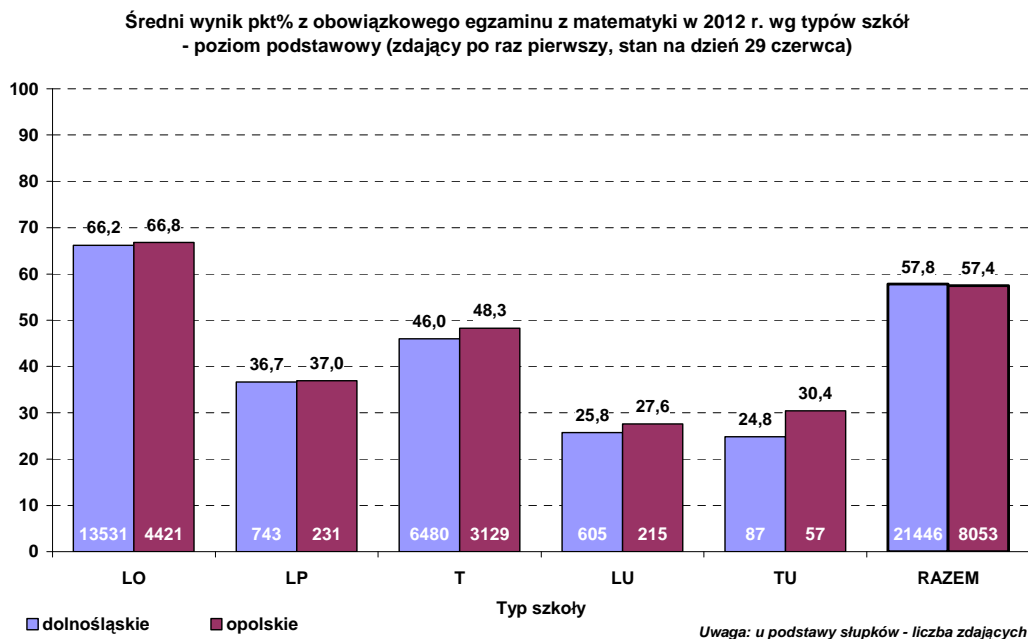


Diagram 2. Średnie wyniki procentowe egzaminu na poziomie podstawowym

Trudniejszy dla maturzystów okazał się egzamin z matematyki wybieranej jako przedmiot dodatkowy. Średni wynik procentowy w okręgu jest równy 45,1%. Maturzyści z województwa opolskiego osiągnęli średni wynik o 0,5 punktu procentowego niż maturzyści dolnośląscy (odpowiednio 45,5% i 45,0%). Średnie wyniki procentowe w naszym okręgu zależały od typu szkoły i były najwyższe w grupie liceów ogólnokształcących (48,2%). Ponadto, przykładowo, maturzyści z liceów ogólnokształcących na Dolnym Śląsku uzyskali nieznacznie lepszy wynik średni (0,5 punktu procentowego) niż ich rówieśnicy z Opolszczyzny (odpowiednio 48,3% i 47,8%). Wszystkie powyższe dane zilustrowano na diagramie 3.

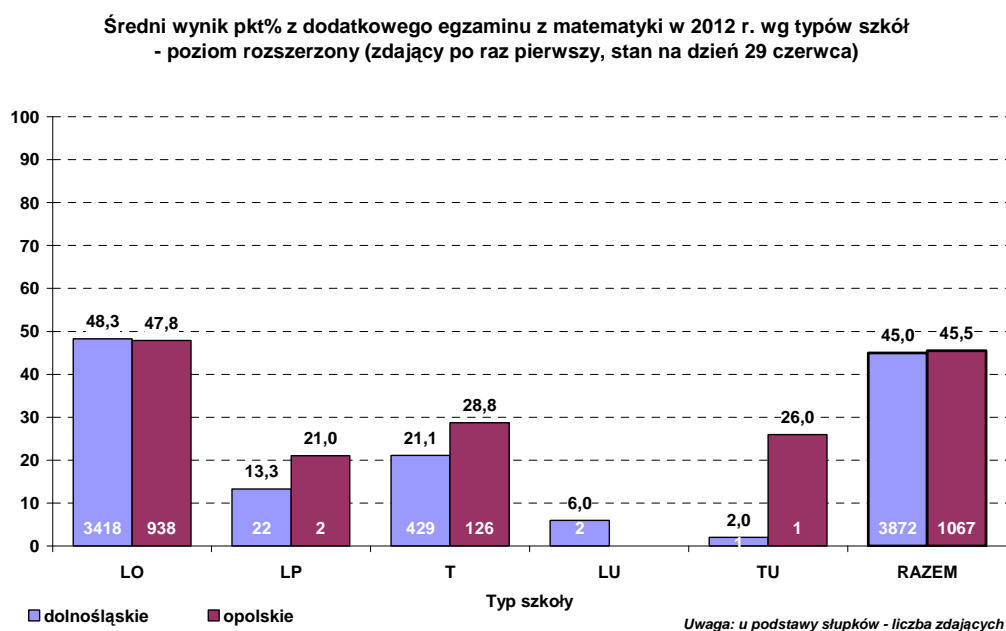


Diagram 3. Średnie wyniki procentowe egzaminu na poziomie rozszerzonym (matematyka wybierana jako przedmiot dodatkowy)

2. Opis arkuszy egzaminacyjnych.

Poziom podstawowy egzaminu

Opis arkusza standardowego

Zestaw składał się z 34 zadań, w tym 25 zamkniętych (zdający wybierał odpowiedź spośród czterech propozycji) oraz 9 zadań otwartych (rozwiązanie i odpowiedź zdający musiał samodzielnie zapisać).

Za każde poprawnie rozwiązane zadanie zamknięte zdający uzyskiwał 1 punkt, natomiast wśród zadań otwartych było sześć zadań dwupunktowych, dwa zadania czteropunktowe i jedno zadanie pięciopunktowe.

Zadania sprawdzały umiejętności opisane we wszystkich pięciu obszarach standardów wymagań egzaminacyjnych. Lista umiejętności sprawdzonych tymi zadaniami z arkusza na poziomie podstawowym wraz z odniesieniem do standardów wymagań egzaminacyjnych i do podstawy programowej matematyki jest zawarta w kartotece arkusza (zob. Tabela 4). W trzeciej kolumnie kartoteki zastosowano skrótowe oznaczenia obszarów standardów, mianowicie:

- obszar I – wykorzystanie i tworzenie informacji – skrót INF,
- obszar II – wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji – skrót REP,
- obszar III – modelowanie matematyczne – skrót MOD,
- obszar IV – użycie i tworzenie strategii – skrót STR,
- obszar V – rozumowanie i argumentacja – skrót ROZ.

Tabela 4. Kartoteka arkusza egzaminacyjnego, matematyka, poziom podstawowy

Nr zad.	Badana umiejętność	Obszar standardów, numer treści (wymagania szczegółowego)	Typ zadania	Punktacja
	Zdający:			
1	wykonuje obliczenia procentowe.	III.(MOD), 1)d)	ZZ	1 pkt
2	stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych, oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych.	II.(REP), 1)g)	ZZ	1 pkt
3	wykonuje obliczenia na liczbach rzeczywistych z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia.	II.(REP), 1)a), 1)g), 2)a)	ZZ	1 pkt
4	oblicza wartość logarytmu.	II.(REP), 1)h)	ZZ	1 pkt
5	wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej do rozwiązania równania typu $ x - a = b$.	II.(REP), 1)f)	ZZ	1 pkt
6	oblicza sumę rozwiązań równania kwadratowego.	II.(REP), 3)a)	ZZ	1 pkt
7	odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej.	I.(INF), 4)j)	ZZ	1 pkt
8	wykorzystuje interpretacje współczynników we wzorze funkcji liniowej.	II.(REP), 4)g)	ZZ	1 pkt
9	odczytuje miejsca zerowe funkcji z jej wykresu.	I.(INF), 4)b)	ZZ	1 pkt
10	planuje i wykonuje obliczenia na liczbach rzeczywistych.	I.(INF), 1)a), 6)a)	ZZ	1 pkt
11	wykorzystuje definicję do obliczenia wartości funkcji trygonometrycznej danego kąta ostrego.	II.(REP), 6)a)	ZZ	1 pkt
12	znajduje związki miarowe w figurach płaskich. Stosuje twierdzenie Pitagorasa.	II.(REP), 7)c)	ZZ	1 pkt
13	znajduje związki miarowe w figurach płaskich. Stosuje twierdzenie Pitagorasa.	II.(REP), 7)c)	ZZ	1 pkt

14	posługuje się własnościami figur podobnych do obliczenia długości odcinków.	I.(INF), 7)b)	ZZ	1 pkt
15	wykorzystuje związek między promieniem koła opisanego na kwadracie i długością boku kwadratu.	II.(REP), 7)c)	ZZ	1 pkt
16	wykorzystuje związki między kątem wpisanym i kątem środkowym do obliczenia miary kąta.	I.(INF), 7)a)	ZZ	1 pkt
17	oblicza wskazany wyraz ciągu arytmetycznego.	III.(MOD), 5)a)	ZZ	1 pkt
18	oblicza wyraz ciągu określonego wzorem ogólnym.	I.(INF), 5)a)	ZZ	1 pkt
19	oblicza objętość sześcianu wykorzystując związki miarowe w sześcianie.	II.(REP), 9)b)	ZZ	1 pkt
20	oblicza wysokość stożka wykorzystując funkcje trygonometryczne lub własności kwadratu.	II.(REP), 9)b)	ZZ	1 pkt
21	wskazuje równanie prostej równoległej do danej prostej.	I.(INF), 8)c)	ZZ	1 pkt
22	wykorzystuje pojęcie układu współrzędnych na płaszczyźnie.	II.(REP), 8)a)	ZZ	1 pkt
23	bada, czy dany punkt spełnia równanie okręgu.	I.(INF), 8)g)	ZZ	1 pkt
24	zlicza obiekty w prostej sytuacji kombinatorycznej, stosuje zasadę mnożenia.	II.(REP), 10)b)	ZZ	1 pkt
25	oblicza średnią arytmetyczną i interpretuje ten parametr w kontekście praktycznym.	II.(REP), 10)a)	ZZ	1 pkt
26	rozwiązuje nierówność kwadratową.	II.(REP), 3)a)	KO	2 pkt
27	uzasadnia prawdziwość nierówności algebraicznej.	V.(ROZ), 2)b)	KO	2 pkt
28	rozwiązuje równanie wielomianowe metodą rozkładu na czynniki.	II.(REP), 3)d)	KO	2 pkt
29	wyznacza równanie symetralnej odcinka o danych końcach.	IV.(STR), 8)b)c)e)f)	KO	2 pkt
30	przeprowadza dowód geometryczny.	V.(ROZ), 7)c)	KO	2 pkt
31	oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.	III.(MOD), 10)b)d)	KO	2 pkt
32	stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego.	III.(MOD), 5)c)	RO	4 pkt
33	oblicza objętość wielościanu.	IV.(STR), 9)b)	RO	4 pkt
34	rozwiązuje zadanie, umieszczone w kontekście praktycznym, prowadzące do równania kwadratowego.	III.(MOD), 3)b)	RO	5 pkt

Najwięcej punktów za zadania z tego arkusza (27 z 50), maturzyści mogli uzyskać za zaprezentowanie umiejętności opisanych I i II obszarem standardów wymagań egzaminacyjnych (wykorzystanie i tworzenie informacji oraz wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji). 13 punktów mogli uzyskać za wykazanie się umiejętnością modelowania matematycznego (III obszar standardów), 6 punktów za zaprezentowanie umiejętności użycia strategii (IV obszar standardów) i wreszcie 4 punkty za wykazanie się umiejętnością przeprowadzenia rozumowań i argumentacji (obszar V standardów). Zauważmy ponadto, że 19 punktów w tym arkuszu zdający mógł zdobyć za wykazanie się umiejętnościami z zakresu geometrii oraz trygonometrii.

Poziom rozszerzony egzaminu

Opis arkusza standardowego

Zestaw składał się z 11 zadań otwartych o zróżnicowanej punktacji. Wśród nich były 2 zadania trzypunktowe, 4 zadania czteropunktowe, 2 zadania pięciopunktowe i 3 zadania sześciopunktowe.

Zadania sprawdzały umiejętności opisane w trzech obszarach standardów wymagań egzaminacyjnych (modelowania matematycznego, użycia i tworzenia strategii oraz rozumowania i argu-

mentacji). Kartoteka arkusza (zob. Tabela 5.) zawiera listę umiejętności sprawdzonych 11 zadaniami z arkusza na poziomie rozszerzonym wraz z odniesieniem do obszaru standardów wymagań egzaminacyjnych i do podstawy programowej matematyki.

Tabela 5. Kartoteka arkusza egzaminacyjnego, matematyka, poziom rozszerzony

Nr zad.	Badana umiejętność	Obszar standardów, numer treści (wymagania szczegółowego)	Typ zadania	Punktacja
	Zdający:			
1	rozwiązuje zadanie prowadzące do równania kwadratowego.	III.(MOD), 3)b)	RO	4 pkt
2	rozwiązuje nierówność wielomianową.	IV.(STR), 3)c)R	RO	4 pkt
3	rozwiązuje równanie trygonometryczne.	IV.(STR), 6)e)R	RO	4 pkt
4	rozwiązuje równanie kwadratowe z parametrem, przeprowadza dyskusję i wyciąga z niej wnioski.	IV.(STR), 3)b)R	RO	6 pkt
5	stosuje własności ciągu geometrycznego oraz własności ciągu arytmetycznego.	IV.(STR), 5)c)	RO	6 pkt
6	znajduje związki miarowe na płaszczyźnie, wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej.	III.(MOD),8)e), 4)k)	RO	6 pkt
7	przeprowadza dowód algebraiczny.	V.(ROZ), 2)b)	RO	3 pkt
8	wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, liczbę kombinacji i liczbę wariacji do zliczania obiektów w sytuacji kombinatorycznej.	IV.(STR), 10)R	RO	4 pkt
9	znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem własności figur podobnych.	IV.(STR), 7c)R	RO	5 pkt
10	znajduje związki miarowe w ostrośupie.	IV. (STR),9)b)	RO	5 pkt
11	wykorzystuje własności prawdopodobieństwa do oszacowania prawdopodobieństwa zdarzenia.	V.(ROZ), 10)c)d)	RO	3 pkt

Zwróćmy uwagę, że 10 punktów maturzyści mogli uzyskać za wykazanie się umiejętnością modelowania matematycznego, 34 punkty za zaprezentowanie umiejętności użycia strategii i 6 punktów za wykazanie się umiejętnością prowadzenia rozumowań. Najwięcej, bo 20 punktów w tym arkuszu zdający mógł zdobyć za wykazanie się umiejętnościami z zakresu geometrii oraz trygonometrii.

3. Wskaźniki łatwości arkuszy i zadań egzaminacyjnych

Poziom podstawowy egzaminu

Wskaźnik łatwości arkusza egzaminacyjnego jest określony przez średni wynik procentowy uzyskany przez zdających. W naszym okręgu średni wynik procentowy uzyskany przez zdających na obowiązkowym egzaminie maturalnym z matematyki jest równy 54,3%, a to oznacza, że arkusz był umiarkowanie trudny (por. klasyfikacja B. Niemierki).

Ponieważ liczba zdających egzaminu po raz pierwszy jest ważna dla ustalenia poziomu zdawalności egzaminu, więc w odniesieniu do pozostałych parametrów statystycznych pozwolimy sobie analizować wyniki wszystkich zdających w maju i czerwcu (było ich 33 084). Dodajmy, że w poniższych analizach nie uwzględniono wyników 15 maturzystów – laureatów i finalistów

olimpiady matematycznej, którym zgodnie z prawem przysługuje najwyższy wynik na maturze. Nie uwzględniono także wyników 10 zdających, którym arkusz egzaminacyjny z matematyki unieważniono.

Diagram 4. ilustruje rozkład wyników punktowych uzyskanych przez zdających. Próg zdania egzaminu, czyli 15 punktów z arkusza, przekroczyło 25 923 zdających (78,4%). Najwyższy wynik uzyskało 388 zdających (1,17% wszystkich zdających). Najczęstszym wynikiem było 15 punktów, które uzyskało 862 zdających. Wyniki bliskie modalnej to: 46 punktów (832 zdających) oraz 12 punktów (848 zdających). W tym roku nie było zdających, którzy uzyskali 0 punktów, najniższym wynikiem był 1 punkt, który uzyskało 8 zdających.



Diagram 4. Rozkład wyników punktowych

Umieszczony poniżej diagram 5. ilustruje procentowe rozkłady punktów uzyskiwanych przez zdających z trzech najliczniej reprezentowanych typów szkół: liceów ogólnokształcących, techników i liceów profilowanych. Łatwo zauważyć, że maturzyści z liceów ogólnokształcących (których było najwięcej) częściej niż pozostali zdający uzyskiwali wysokie wyniki. Punktem „krytycznym” jest pułap 29 punktów z arkusza. W szczególności, na 388 wyników maksymalnych, aż 380 jest dziełem zdających z LO, 7 wyników pochodzi z grupy techników, a tylko 1 od zdającego z liceum profilowanego. Średnie wyniki procentowe w poszczególnych typach szkół są następujące: licea ogólnokształcące – 63,8%, technika 43,8%, licea profilowane 32,8%.

Procentowy rozkład wyników pisemnego egzaminu maturalnego 2012
matematyka - poziom podstawowy

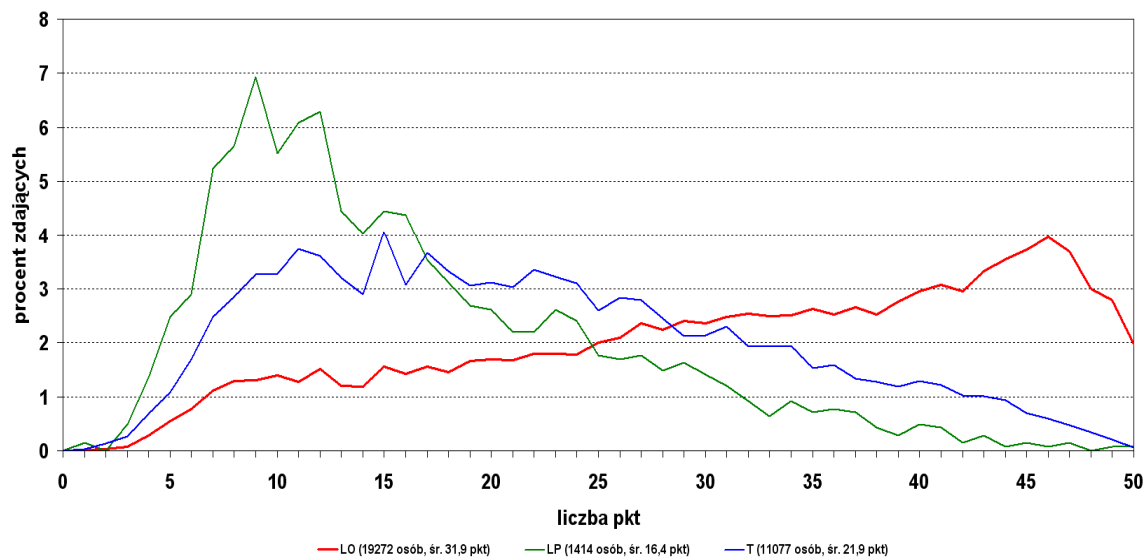


Diagram 5. Procentowy rozkład wyników egzaminu ze względu na typy szkół

Wśród 25 zadań zamkniętych (zob. diagram 6.) nie było zadań ani bardzo łatwych ani bardzo trudnych dla tej grupy zdających. Dwa zadania były trudne (nr 1 i nr 23), dziesięć umiarkowanie trudnych (nr 2, nr 4, nr 6, nr 8, nr 11, nr 15, nr 17, nr 19, nr 21, nr 24). Pozostałych trzynastu zadań z arkusza to były zadania łatwe. Najtrudniejszym zadaniem zamkniętym (wskaźnik łatwości 0,43) okazało się zadanie 23., sprawdzające, czy zdający potrafi zbadać, który z podanych punktów leży na okręgu o danym równaniu. Niewiele wyższy wskaźnik łatwości (0,46) zanotowaliśmy w zadaniu 1. dotyczącym wykonywania obliczeń procentowych. Najłatwiejszym zadaniem zamkniętym w tym arkuszu okazało się zadanie 5., sprawdzające, czy zdający potrafi odzyskać liczbę spełniającą równanie z wartością bezwzględną. Wydaje się, że ten wysoki wynik to skutek stosowania dobrej (skutecznej) strategii w tym zadaniu – wystarczyło zwykłe podstawienie zaproponowanych liczb w miejsce niewiadomej.

Wskaźniki łatwości zadań zamkniętych, matematyka,
poziom podstawowy egzaminu (N = 33 084)

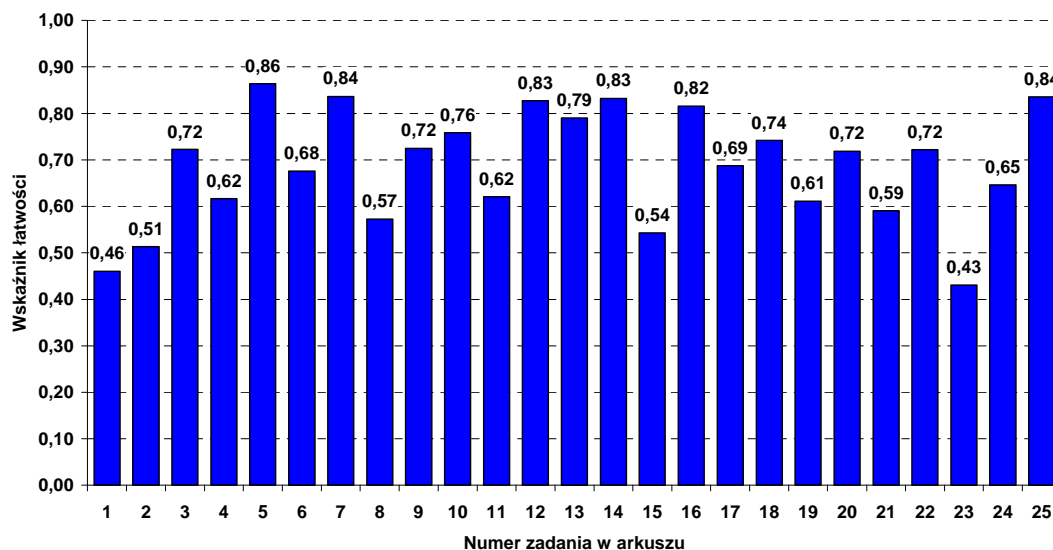


Diagram 6. Wskaźniki łatwości zadań zamkniętych

Dla bardziej dociekliwych czytelników zestawiamy (zob. diagramy 7. i 8.) wybory dystraktorów w zadaniach zamkniętych, w obu wersjach testu.

Wybór dystraktorów w zadaniach zamkniętych,
wersja A testu, matematyka 2012, (N = 16 678)

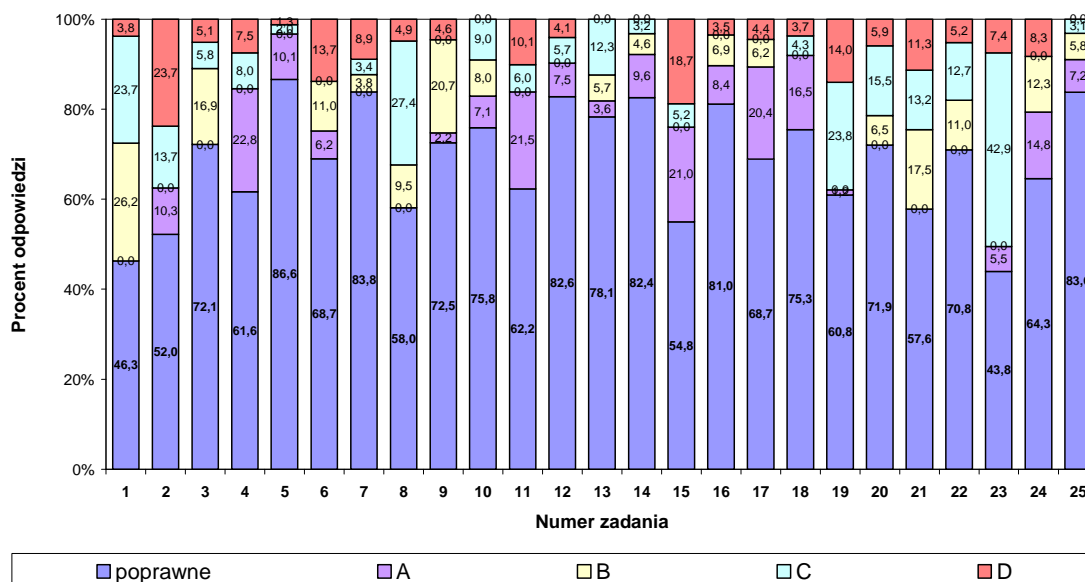


Diagram 7. Wybór dystraktorów – wersja A

Wybór dystraktorów w zadaniach zamkniętych, wersja B testu, matematyka 2012, (N = 16 379)

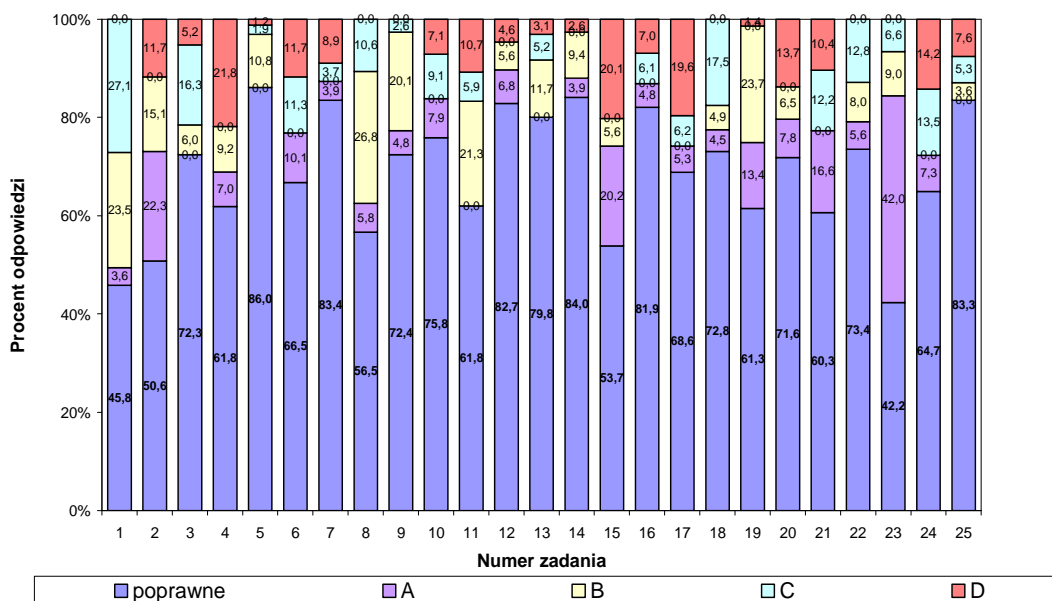


Diagram 8. Wybór dystraktorów – wersja B

Odnotujmy największe różnice w wyborze werstraktora w obu wersjach testu:

- zadanie nr 21 – 2,7 punktu procentowego,
- zadanie nr 22 – 2,6 punktu procentowego,
- zadanie nr 18 – 2,5 punktu procentowego,
- zadanie nr 6 – 2,1 punktu procentowego.

W pozostałych 22 zadaniach te różnice były mniejsze niż 2 punkty procentowe, w szczególności, w zadaniu nr 10, wybór poprawnej odpowiedzi nie zależał od wersji testu.

Uwagę należy zwrócić także na zadanie nr 23, w którym odpowiedzi niepoprawne (C – dla wersji A testu i A dla wersji B testu) były niemal tak samo atrakcyjne dla zdających jak werstraktor. Oznacza to, że, niezależnie od wersji testu, około 42% zdających uznało, że środek okręgu leży na tym okręgu.

Interesujące są też wybory zdających w zadaniu nr 1. Okazało się mianowicie, że dwie kolejne obniżki ceny nart, najpierw o 20%, a potem o dalsze 30%, dla około 26% zdających oznacza obniżkę tej ceny o 50%, natomiast dla około 23% zdających oznacza to obniżkę o 56%.

Także w zadaniu nr 2 można łatwo zauważyć błąd popełniony przez około 23% zdających, którzy wybrali niepoprawną i „złośliwą” odpowiedź „4”, różniącą się jedynie znakiem od odpowiedzi poprawnej.

Procentowy rozkład wyników pisemnego egzaminu maturalnego z matematyki ze względu na typ szkoły, poziom podstawowy (zadania zamknięte)

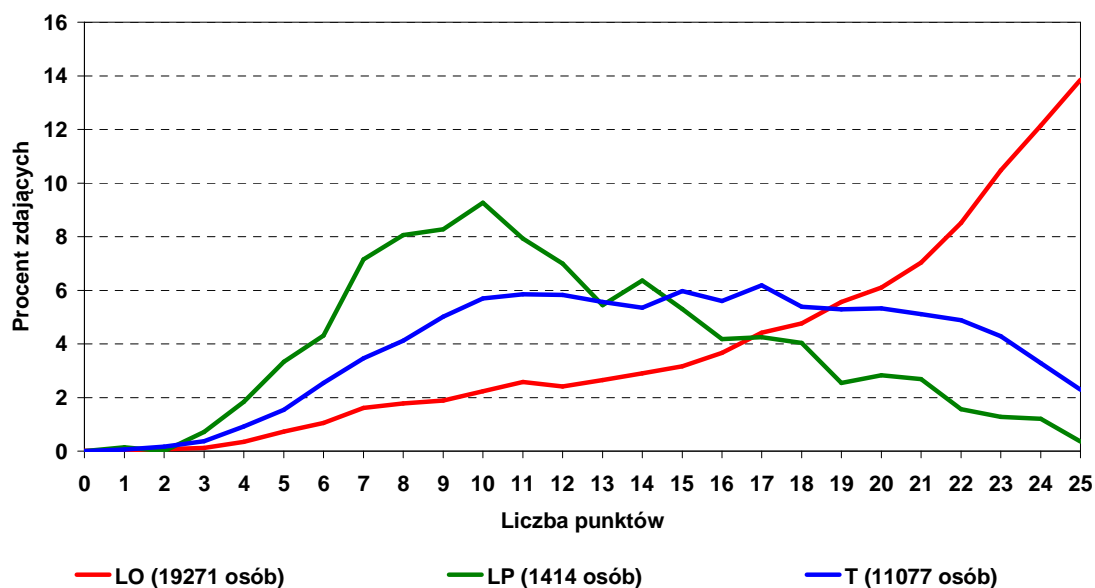


Diagram 9. Zadania zamknięte w trzech typach szkół – procentowy rozkład wyników

Diagram 9. ilustruje porównanie wyników zdających z trzech typów szkół w odniesieniu do zadań zamkniętych. Istotnym punktem dla 25 zadań była tutaj wielkość 19 punktów. W zakresie wyników od 19 do 25 punktów, zdający z liceów ogólnokształcących wyraźnie górują nad swoimi rówieśnikami. W szczególności, 2668 zdających z LO osiągnęło wszystkie punkty za zadania zamknięte, podczas gdy zdających z techników było 254, a z liceów profilowanych tylko 5.



Diagram 10. Rozkład punktów za zadania zamknięte

Umieszczony powyżej diagram 10. ilustruje wyniki za zadania zamknięte wszystkich 33 084 zdających z naszego okręgu. Jeżeli zakończylibyśmy egzamin po 25 takich zadaniach, to 30% próg zdania egzaminu przekroczyłoby 22 006 zdających (66,5% zdających).

Procentowy rozkład wyników pisemnego egzaminu maturalnego z matematyki według typu szkoły, poziom podstawowy (zadania otwarte)

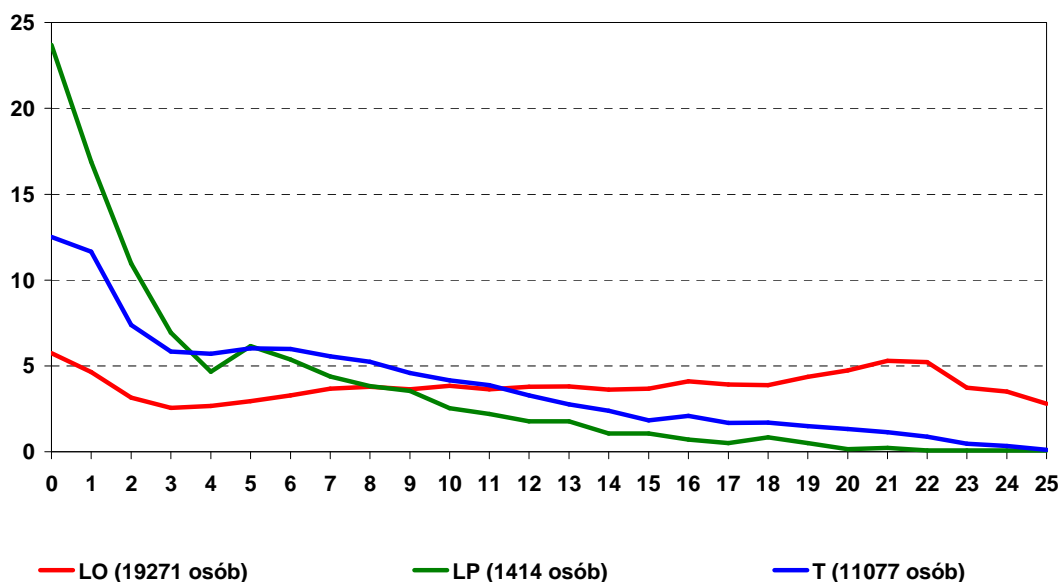


Diagram 11. Zadania otwarte w trzech typach szkół – procentowy rozkład wyników

W odniesieniu do wyników w zadaniach otwartych, opisana na poprzedniej stronie, zależność między wynikami w trzech typach szkół nie jest już tak silna (zob. Diagram 11.) Dość łatwo jednak zauważymy, że wyniki wyższe niż 12 punktów częściej osiągnęli zdający z liceów ogólnokształcących niż ich rówieśnicy z techników i liceów profilowanych. W szczególności, maksymalnym wynikiem mogło się pochwalić 554 zdających z LO, 13 zdających z techników i tylko jeden zdający z liceum profilowanego. Natomiast ze smutkiem przychodzi oglądać najniższe wyniki w zadaniach otwartych. Kolejny raz maturzyści pozostawili nietkniętą dużą pulę punktów egzaminacyjnych w zadaniach otwartych. Wśród 3427 zdających (10,4% ogółu), którzy nie uzyskali ani jednego punktu było 1106 zdających z LO, 1386 zdających z techników i 335 zdających z liceów profilowanych.

Tabela 6. Frakcje opuszczeń zadań otwartych w arkuszu z poziomu podstawowego

Numer zadania w arkuszu	26	27	28	29	30	31	32	33	34
Procent opuszczeń	3%	24%	17%	17%	18%	13%	10%	14%	17%

Jednym ze źródeł tych zer jest z pewnością niepodejmowanie przez zdających prób rozwiązania zadań otwartych (zobacz Tabela 6.). Drugą przyczynę stanowią już braki w umiejętnościach maturzystów. Wystarczy przeanalizować rozkłady punktów w zadaniach otwartych (zobacz diagram 12.) i uwzględnić przedstawione powyżej frakcje opuszczeń. Na przykład, sprawdzana w zadaniu nr 26, umiejętność rozwiązania nierówności kwadratowej, miała najniższy, bo 3% poziom opusz-

czeń. Przy tym 18,6% maturzystów nie uzyskało za to zadanie ani jednego punktu. Oznacza to, że 15,6% zdających podejmowało próbę rozwiązania tej nierówności i nie potrafiło poprawnie obliczyć pierwiastków trójmianu kwadratowego, albo popełniło błąd w obliczeniach pierwiastków i ich dalsze postępowanie nie było konsekwentne do tego błędu.

Procentowe rozkłady poszczególnych punktów uzyskiwanych w zadaniach otwartych, matematyka, poziom podstawowy egzaminu (N = 33 084)

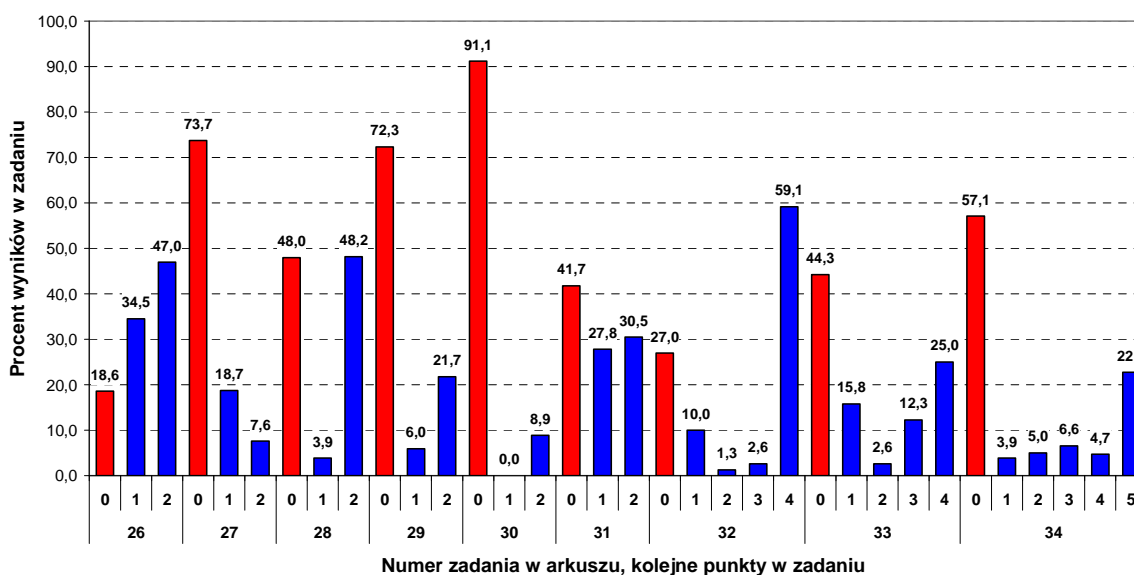


Diagram 12. Zadania otwarte – procentowy rozkład poszczególnych punktów

Kolejny raz stwierdzamy, że największy odsetek zer miały zadania na dowodzenie (zadanie nr 27 oraz zadanie nr 30). Nie spodziewamy się prędko znaczącej poprawy wyników w tych zadaniach. Przypominamy przy okazji, że na próbnej maturze, 3 listopada 2009 roku, w dowodzie geometrycznym nasi maturzyści zdobyli zaledwie 1% punktów – teraz 8,9% punktów. Przy tym dowód geometryczny w 2009 roku był opuszczany przez 35% maturzystów a teraz tylko przez 18% zdających. Największym jednak zaskoczeniem są wyniki zdających w zadaniu nr 29. Aż 72,3% z nich nie potrafiło zdobyć nawet jednego punktu w zadaniu polegającym na wyznaczeniu równania symetralnej odcinka o zadanych współrzędnych jego końców. Odbyło się to przy 17% frakcji opuszczeń tego zadania – takiej samej jak w zadaniu nr 28, polegającym na znalezieniu trzeciego pierwiastka wielomianu oraz w zadaniu nr 34 sprawdzającym umiejętność modelowania matematycznego. Tylko 21,7% zdających potrafiło to równanie poprawnie wyznaczyć. Okazało się, że maturzystom zabrakło wiedzy - oś symetrii figury była pewnie pojęciem dawno (od czasu gimnazjum) nie używanym. Zestaw wybranych wzorów matematycznych nie zawiera, niestety, potrzebnych definicji. Podobnie, 57,1% zer w zadaniu nr 34 nie przynosi chwały tegorocznym maturzystom. Jeżeli pominiemy 17% opuszczeń, to i tak otrzymujemy 40% zdających, którzy nie potrafili poprawnie zapisać jednego równania (z dwiema niewiadomymi) w rozwiązaniu tego zadania. O zaskoczeniu nie może być mowy (zapowiedź w Informatorze, kolejnych 5 arkuszy to potwierdzało), że zadanie tekstowe będzie obecne w arkuszu. Umiejętność dobrania modelu w zadaniu z kontekstem „prędkość – droga – czas” była sprawdzana trzykrotnie w pięciu sesjach.

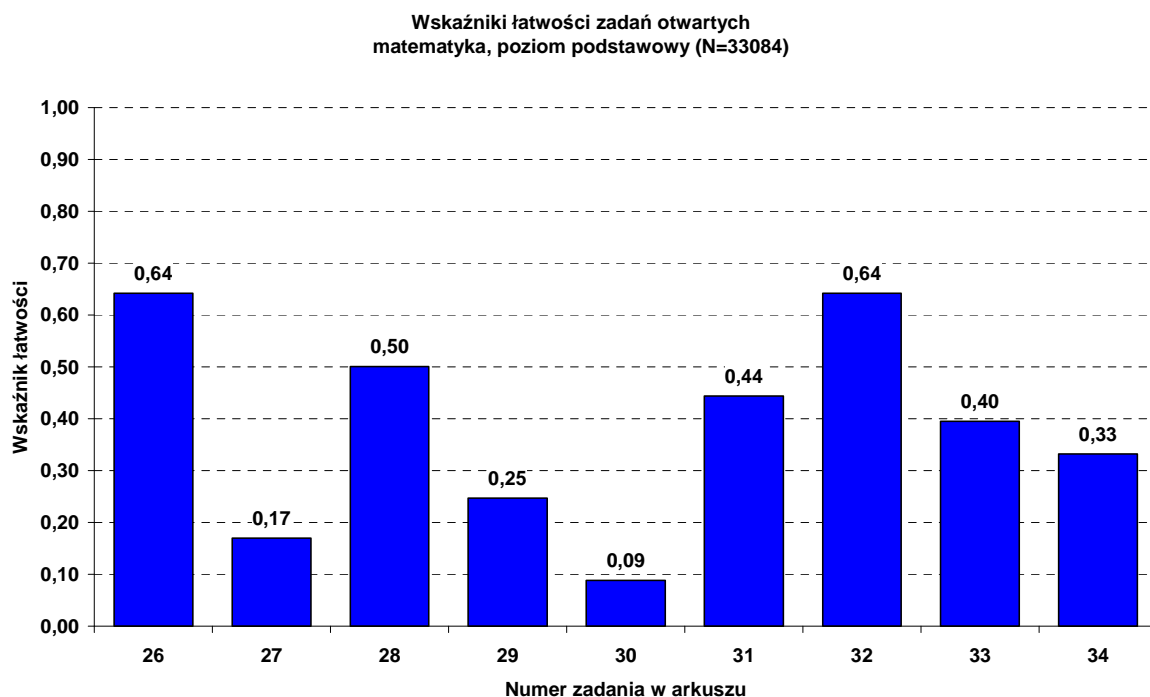


Diagram 13. Wskaźniki łatwości zadań otwartych

Spośród dziewięciu zadań otwartych w arkuszu dla poziomu podstawowego (zob. Diagram 13.), dwa zadania były dla zdających bardzo trudne (dowód geometryczny – nr 30 oraz dowód algebraiczny – nr 27), cztery zadania były trudne (nr 29 – geometria analityczna, nr 31 – rachunek prawdopodobieństwa, nr 33 – stereometria i nr 34 – zadanie tekstowe), trzy zadania okazały się umiarkowanie trudne dla zdających (nr 26 – nierówność kwadratowa, nr 28 – znajdowanie pierwiastka wielomianu, nr 32 – wyznaczanie wyrazów ciągu arytmetycznego oraz ciągu geometrycznego). Omawiane wskaźniki łatwości silnie zależą od typu szkoły (zobacz diagram 14.). Dla zdających z liceów ogólnokształcących średnia wartość wskaźnika łatwości całego arkusza równa się 0,64, dla zdających z techników 0,44, a dla zdających z liceów profilowanych 0,33 (przypominamy, że dla całego okręgu ten wskaźnik jest równy 0,543). Największa różnica między wartościami wskaźników łatwości zadań dla zdających z liceów ogólnokształcących i techników równa się 0,30 w zadaniu 34, niewiele mniejsza, bo 0,29 jest w zadaniu nr 28. Wśród zadań zamkniętych największą różnicę, równą 0,26, odnotowaliśmy w zadaniu nr 15. Jeżeli porównujemy wskaźniki łatwości dla zdających z liceów ogólnokształcących i liceów profilowanych, to największa różnica, równa 0,43 wystąpiła w zadaniu otwartym nr 28, w grupie zadań zamkniętych największa różnica równa się 0,42 i została odnotowana w zadaniu nr 19. Jak zatem widać mocno różnicowała zdających umiejętność zapisania wielomianu w postaci iloczynowej i wyznaczenia brakującego pierwiastka wielomianu (zadanie nr 28).

Wskaźniki łatwości zadań według typu szkoły,
matematyka - poziom podstawowy egzaminu

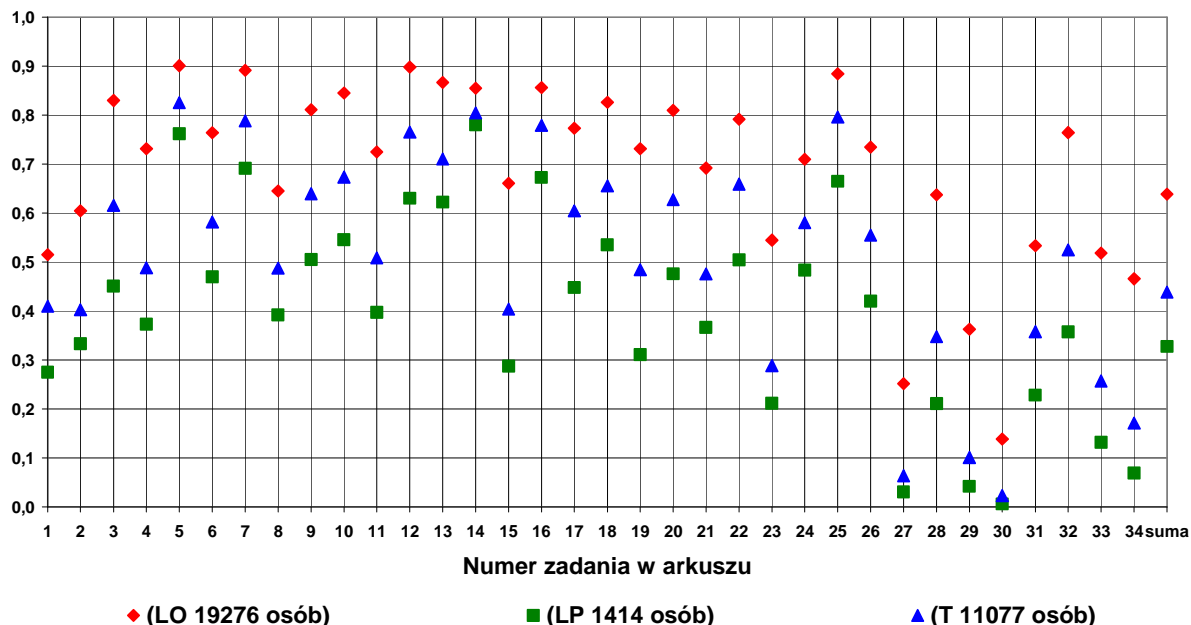


Diagram 14. Wskaźniki łatwości zadań z arkusza według typu szkoły

Poziom rozszerzony egzaminu

Zdający egzamin maturalny z matematyki wybranej jako przedmiot dodatkowy (poziom rozszerzony egzaminu) uzyskali średni wynik procentowy równy 43,6%. Tym samym arkusz (por. klasyfikację B. Niemierki) dla tego poziomu był dla maturzystów trudny. Wpływ na taki wynik ma oczywiście stopień trudności każdego zadania jak również fakt, że zadania w arkuszu badały umiejętności opisane w obszarach trzech najwyższych standardów (MOD, STR, ROZ), zaś bazą treściową dla nich były prawie wszystkie działy podstawy programowej.

Pełne rozwiązania (zobacz diagram 14.) wszystkich 11 zadań z arkusza przedstawiło 27 zdających (wszyscy z liceów ogólnokształcących), a 24 zdających „zgubiło” zaledwie jeden punkt w swoich rozwiązaniach. Na drugim biegunie jest grupa 66 zdających, którzy nie zdołali uzyskać choćby jednego punktu, mimo iż 5 zadań w tym arkuszu to zadania dość typowe dla tego poziomu egzaminu (zadanie 2. – nierówność wielomianowa, zadanie 3. – równanie trygonometryczne, zadanie 4. – równanie kwadratowe z parametrem, zadanie 5. – ciągi liczbowe i zadanie 10. – obliczanie objętości ostrosłupa). Modalna ma wartość 14 punktów i tę liczbę punktów uzyskało 154 zdających.

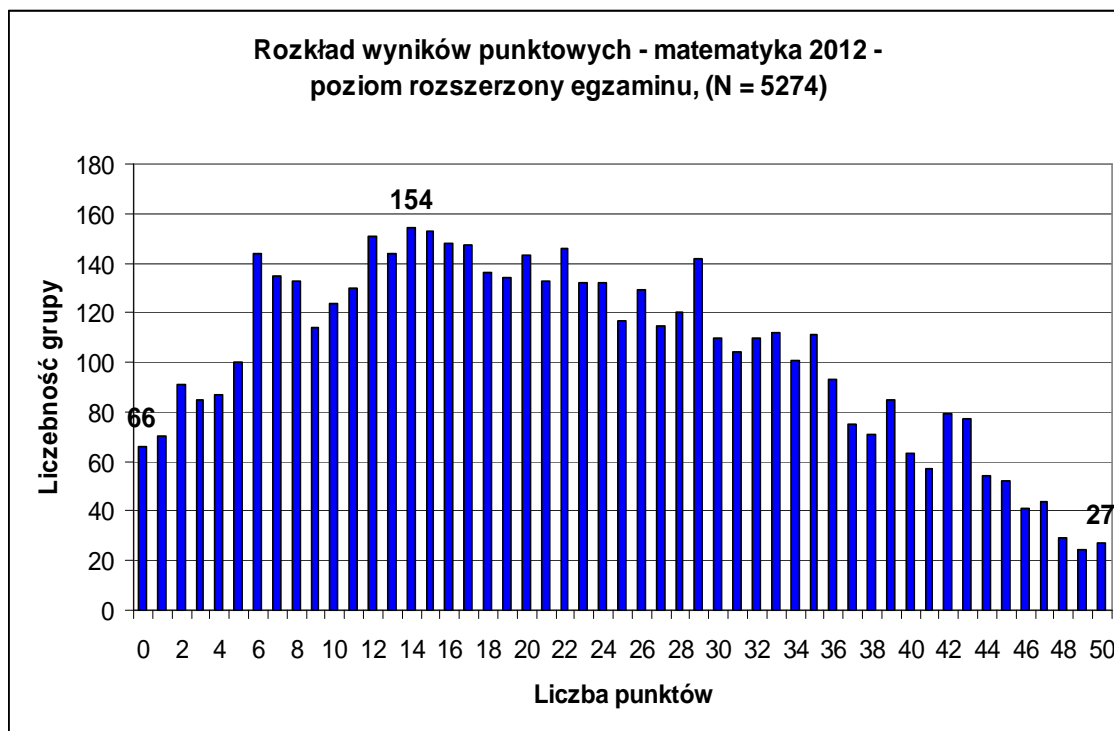


Diagram 15. Poziom rozszerzony egzaminu maturalnego z matematyki – rozkład wyników punktowych

Przedstawiony poniżej diagram 16. ilustruje rozkład wyników punktowych egzaminu tylko w dwóch typach szkół: liceum ogólnokształcącym oraz technikum. Diagram nie uwzględnia 38 zdających z liceów profilowanych oraz dwóch zdających z liceów uzupełniających i dwóch zdających z techników uzupełniających.

**Procentowy rozkład wyników pisemnego egzaminu maturalnego 2012
z matematyki ze względu na typ szkoły - poziom rozszerzony egzaminu**

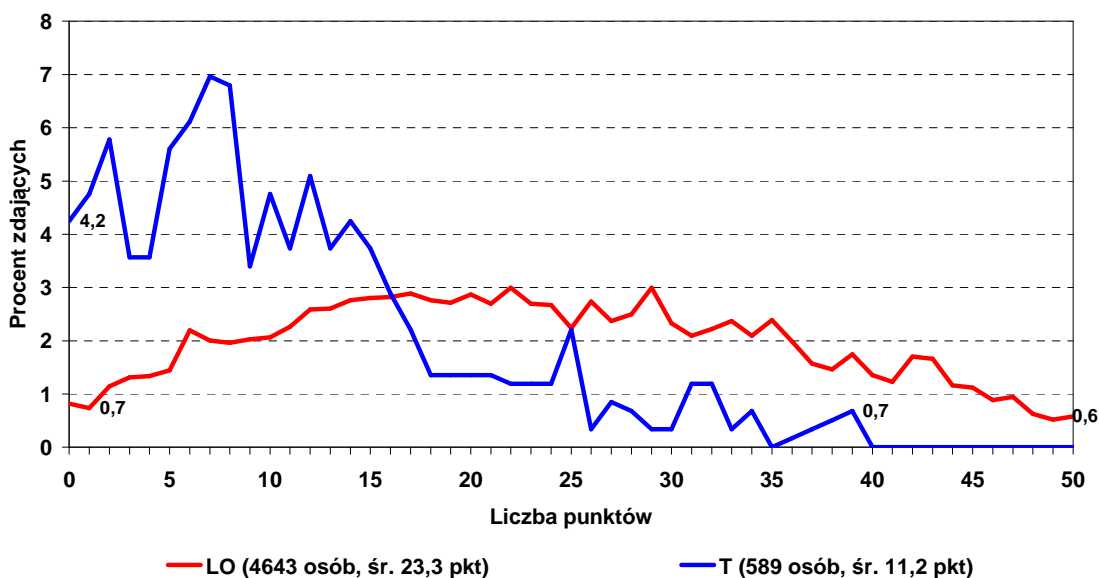


Diagram 15. Poziom rozszerzony – rozkład wyników punktowych w poszczególnych typach szkół

Wszystkie maksymalne wyniki na egzaminie należą do maturzystów z LO, choć i w tej grupie są zdający, którzy nie uzyskali żadnego punktu (było ich 38, wobec 25 zdających z techników). Średni wynik punktowy uzyskany przez zdających z LO jest ponad dwukrotnie wyższy niż w grupie zdających z techników. Uwagę zwraca niemal symetryczny kształt wykresu wyników egzaminu w grupie zdających z LO. . zebrano z kolei wskaźniki łatwości zadań z arkusza.

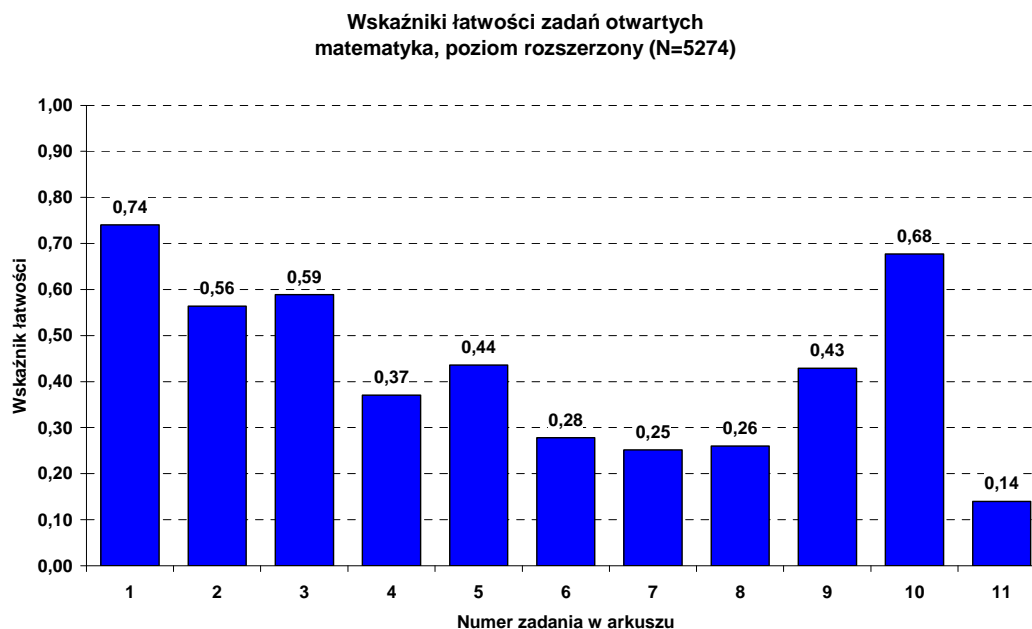


Diagram 16. Wskaźniki łatwości zadań z arkusza dla poziomu rozszerzonego

Z powyższego diagramu 16. wynika, że w arkuszu było:

- jedno zadanie bardzo trudne – zadanie nr 11 (dowód pewnej własności zdarzeń losowych),
- sześć zadań trudnych – zadania: nr 4 – równanie kwadratowe z parametrem, nr 5 – ciągi liczbowe, nr 6 – największa i najmniejsza wartość funkcji kwadratowej, nr 7 – dowód algebraiczny, nr 8 – zliczanie obiektów w sytuacji kombinatorycznej, nr 9 – związki miarowe na płaszczyźnie,
- trzy zadania umiarkowanie trudne – zadanie nr 2 – rozwiązanie nierówności wielomianowej, zadanie nr 3 – rozwiązanie równania trygonometrycznego oraz zadanie nr 10 – znajdowanie związków miarowych w ostrosłupie,
- jedno zadanie łatwe – zadanie nr 1 – dobranie modelu (równanie kwadratowe).

Maturzyści największe kłopoty mieli z poprawnym przeprowadzeniem obu dowodów (dowód z rachunku prawdopodobieństwa, dowód algebraiczny). Niemal tyle samo problemów dostarczyło im zadanie 8., w którym należało wykazać się strategią zliczania obiektów w sytuacji kombinatorycznej oraz zadanie 6., sprawdzające umiejętność zbudowania modelu (funkcja kwadratowa) i zbadania jego własności. Zaskoczeniem może być także niska wartość wskaźnika łatwości odnotowana w dość typowym zadaniu 4. (równanie kwadratowe z parametrem). Ponieważ strategię rozwiązania tego zadania opisuje wyraźnie treść zadania, więc kłopot polega na poprawnym jej zrealizowaniu (w szczególności zastosowaniu wzorów Viète'a – najczęściej stosowany sposób rozwiązania).

Tabela 7. Matematyka 2012, poziom rozszerzony – frakcje opuszczeń zadań

Numer zadania w arkuszu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Procent opuszczeń	8%	3%	7%	4%	3%	13%	6%	20%	3%	3%	16%

Powyższa tabela uzupełnia argumenty do uzasadnienia niskich wartości wskaźnika łatwości w zadaniach: nr 8, nr 11 i nr 6. Czyżby jednak zadanie z kombinatoryki tak bardzo zaskoczyło 20% maturzystów, że nie byli w stanie podjąć nawet próby przeanalizowania, ile jest różnych możliwości, w których iloczyn cyfr liczby ośmiocyfrowej jest równy 12? Albo dowód z rachunku prawdopodobieństwa? Przecież niemal identyczne zadanie rozwiązywali maturzyści rok temu, także jako ostatnie zadanie w arkuszu. I wreszcie zadanie 6., w którym model został opisany w treści zadania – kwadrat odległości dwóch danych punktów na płaszczyźnie. Aby uzyskać jeden punkt z sześciu możliwych, wystarczyło poprawnie wyznaczyć odległość między danymi punktami P i Q . Trudno uwierzyć w to, że umiejętność zbadania własności funkcji kwadratowej może zaskoczyć aż 13% zdających. A może jednak należy wnioskować z tego, że w trakcie przygotowań do egzaminu nie wszystkie umiejętności zostały powtórzone i utrwalone?

Pozwalamy sobie w tym momencie przypomnieć, że rok temu najwięcej opuszczeń (6,2%) odnotowaliśmy w zadaniu polegającym na przeprowadzeniu dowodu geometrycznego.

Rozkłady poszczególnych punktów uzyskiwanych w zadaniach otwartych, matematyka 2012, poziom rozszerzony (N = 5274)

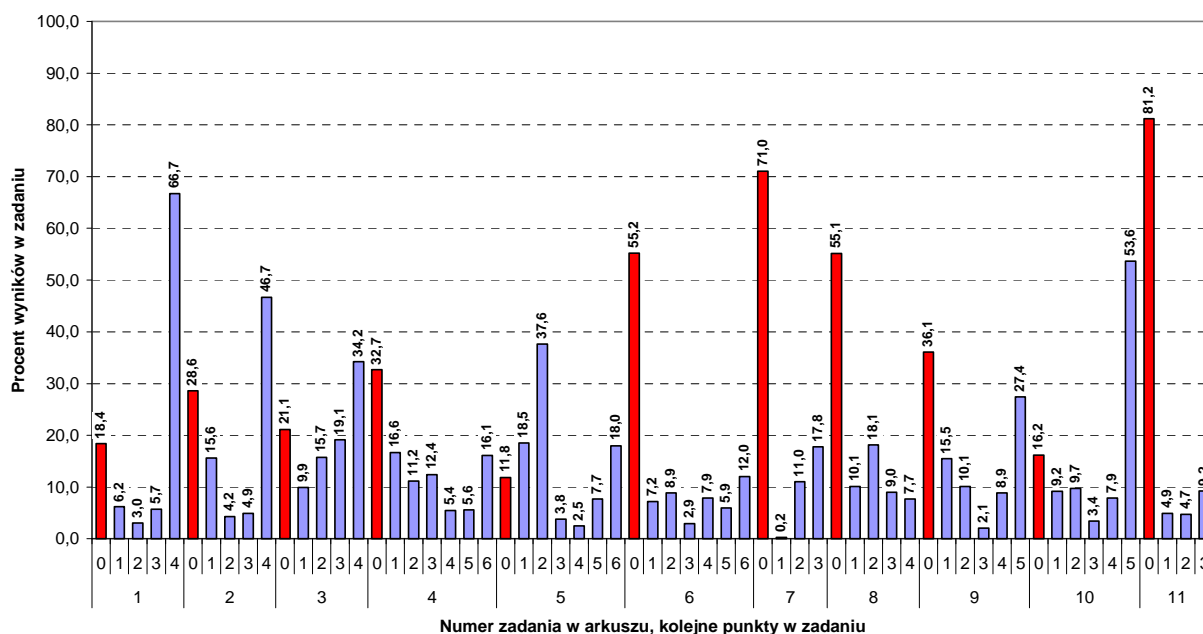


Diagram 17. Poziom rozszerzony – procentowy rozkład punktów uzyskiwanych w poszczególnych zadaniach

Zatrzymajmy się na chwilę przy wynikach zdających zilustrowanych diagramem 17. Widać wyraźny wpływ frakcji zdających, którzy nie uzyskiwali żadnego punktu na wartość wskaźnika łatwości zadania.

W zadaniu nr 11, aż 81,2% zdających nie potrafiło poprawnie zauważyć, że część wspólna dwóch zdarzeń losowych jest zawarta w każdym z tych zdarzeń.

W zadaniu nr 7, aż 71% zdających nie potrafiło poprawnie zapisać postaci iloczynowej nierówności stopnia trzeciego, a przy tym nierzadko pojawiało się dzielenie (bez żadnych założeń) obu stron nierówności przez nieujemne wyrażenie $a + b$.

W zadaniu nr 6, aż 55,2% zdających nie potrafiło poprawnie wyznaczyć i zapisać odległości między danymi punktami P i Q .

I wreszcie, w zadaniu nr 8, aż 55,1% nie potrafiło skorzystać z rozkładu liczby 12 na czynniki pierwsze i zauważyć, że istnieją trzy, parami wykluczające się możliwości, w których iloczyn cyfr liczby ośmiocyfrowej jest równy 12.

Popatrzmy na jeszcze jeden wynik: 32,7% zer w zadaniu nr 4 oznacza, że średnio co trzeci zdający nie potrafił poprawnie obliczyć wyróżnika trójmianu kwadratowego z parametrem i sprawdzić, kiedy przyjmuje on wartości dodatnie, albo skorzystać ze wzorów skróconego mnożenia i zapisać sumę czwartych potęg dwóch różnych pierwiastków równania w postaci dogodnej do zastosowania wzorów Viete'a.

Mieliśmy zatem w tym arkuszu cztery zadania, w których ponad połowa zdających nie potrafiła uzyskać ani jednego punktu. Czy każdy z tych zdających samodzielnie rozwiązał wszystkie zadania z Informatora oraz z arkuszy zastosowanych w poprzednich sesjach egzaminacyjnych?

Dla całości oglądu ilustrujemy diagramem 18. wskaźniki łatwości zadań z arkusza w zależności od typu szkoły. W szczególności, bardzo jest ciekawe, dlaczego największa różnica (0,42) w skuteczności zdających z liceów i techników wystąpiła w typowym zadaniu (nr 3) polegającym na rozwiązaniu równania trygonometrycznego. Podobnie zresztą jest z zadaniem nr 2, rozwiązanie nierówności wielomianowej – tutaj ta różnica wyniosła aż 0,41.

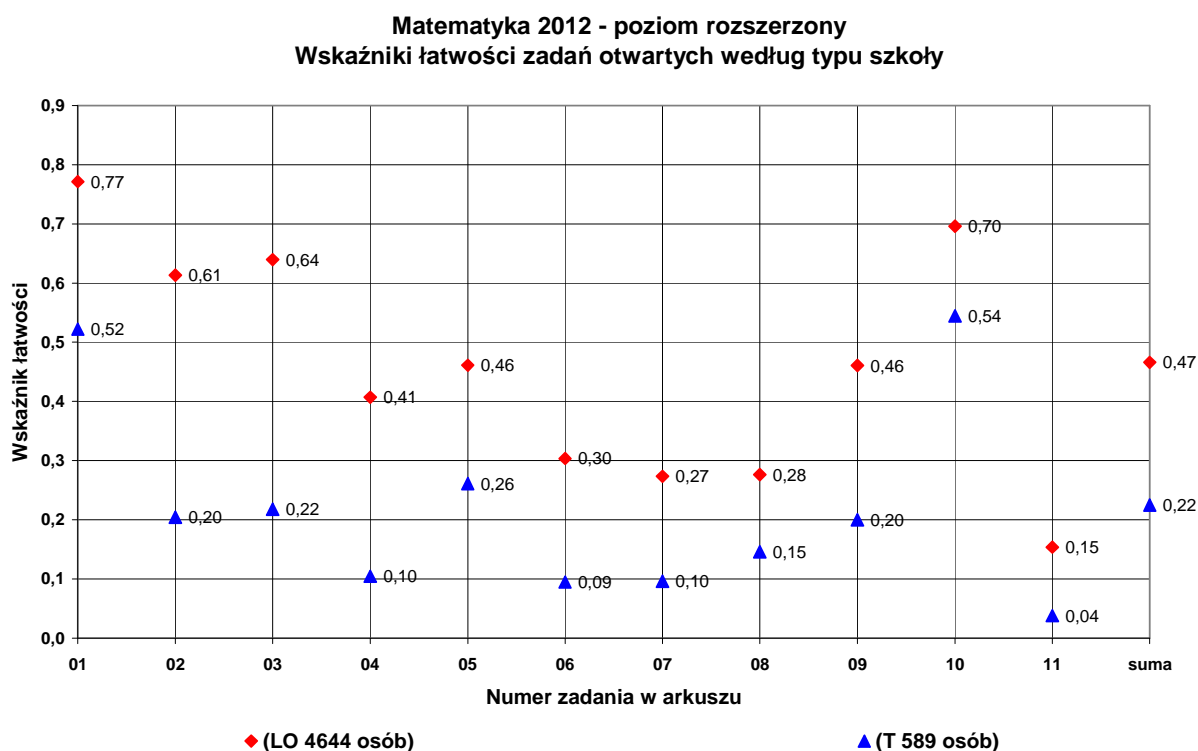


Diagram 18. Matematyka 2012, poziom rozszerzony – wskaźniki łatwości zadań w dwóch typach szkół

Diagram 19. ilustruje wyniki zdających, którzy zdawali matematykę obowiązkowo oraz jako przedmiot dodatkowy, na poziomie rozszerzonym.

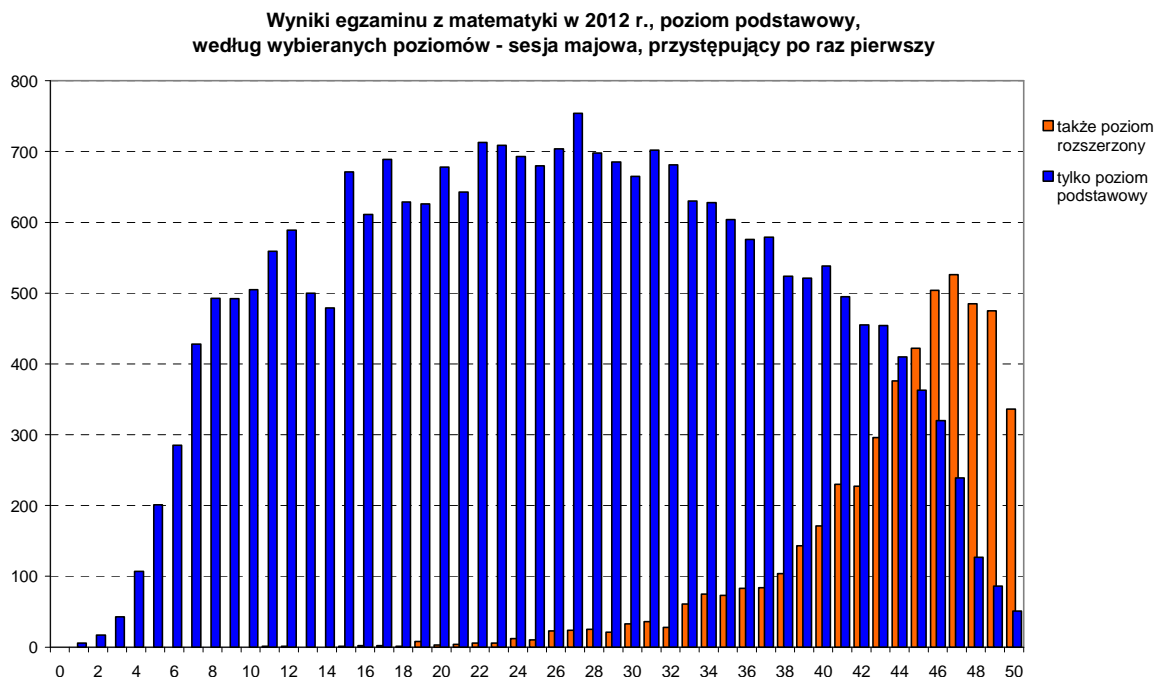
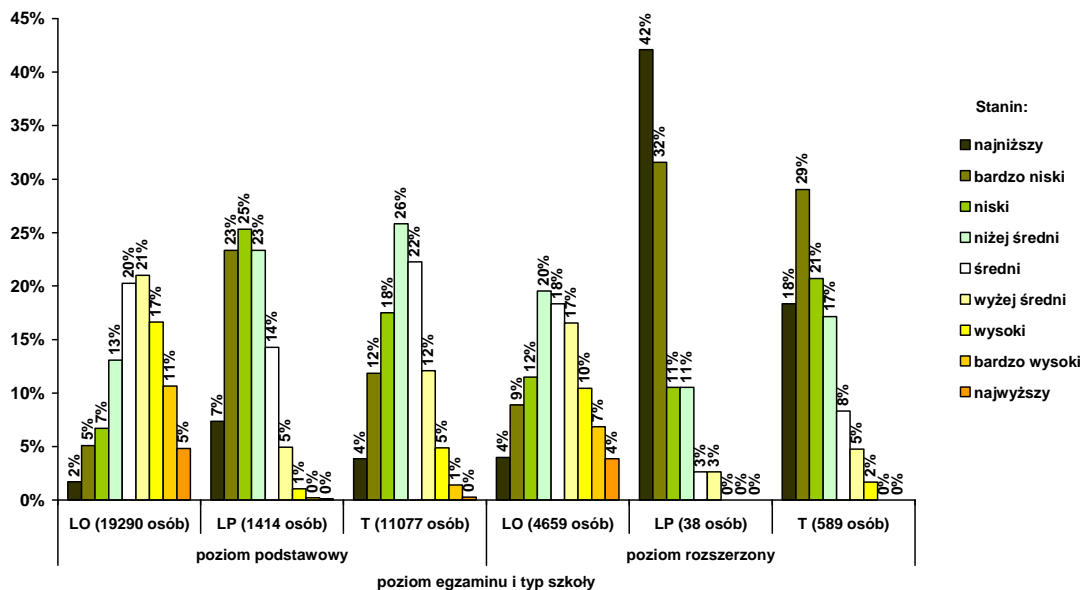


Diagram 19. Matematyka 2012, wyniki zdających według wybranego poziomu egzaminu

Okazało się, że wśród 4918 zdających po raz pierwszy egzamin obowiązkowy oraz egzamin dodatkowy z matematyki, było tylko dwóch zdających, którzy nie przekroczyli 30% progu zdania egzaminu obowiązkowego. Dla 4916 zdających wybór matematyki jako przedmiotu dodatkowego był więc nieprzypadkowy i mocno przemyślany – niezdanie wcześniej egzaminu obowiązkowego nie wchodziło w ich przypadku w grę. Jak widać z diagramu, w miarę przybliżania się do najwyższych wyników coraz większy jest odsetek zdających, którzy następnego dnia zdawali matematykę na poziomie rozszerzonym.

Na zakończenie tej części przedstawiamy (zobacz diagram 20.) wyniki egzaminu z matematyki – na obu jego poziomach – według ogólnopolskiej skali staninowej, z uwzględnieniem typu szkoły. Dane przedstawione na tym diagramie powstały w odniesieniu do „Tabel wyników z poszczególnych przedmiotów w skali staninowej”, opublikowanych na stronie internetowej Centralnej Komisji Egzaminacyjnej. Tabelę wyników z ogólnopolskim rozkładem staninowym przedstawiamy, dla oglądu całości, poniżej diagramu 20. W szczególności, na poziomie podstawowym, w dziewiątym staninie, jest 932 zdających z liceów ogólnokształcących, 2 zdających z liceów profilowanych i 30 zdających z techników.

4. A. Wyniki egzaminu pisemnego z matematyki w ogólnopolskiej skali staninowej według poziomu egzaminu i typu szkoły w 2012 roku



KARTY WYNIKÓW MATURY 2012 MATEMATYKA

Informacja dla maturzysty

Możesz porównać swój wynik z wynikami wszystkich zdających maturę w maju 2012. Sprawdź, do jakiej klasy należy Twój wynik, to dowiesz się, ile zdających ma wynik porównywalny z Twoim, ile ma wynik niższy, a ile wyższy.

MATEMATYKA na poziomie podstawowym (egzamin zdawało 374 916 osób)				
klasa	nazwa klasy	wyniki na świadectwie	Komentarz dla zdającego (informacje o procentach podano w przybliżeniu)	
Podział wyników na dziewięć klas	1	najniższa	0% – 12%	4% zdających ma wynik w tej klasie, 96% zdających ma wynik w wyższych klasach
	2	bardzo niska	13% – 20%	7% zdających ma wynik w tej klasie, 89% zdających ma wynik w wyższych klasach, 4% w niższej
	3	niska	21% – 30%	12% zdających ma wynik w tej klasie, 77% zdających ma wynik w wyższych klasach, 11% w niższych
	4	poniżej średniej	31% – 46%	17% zdających ma wynik w tej klasie, 60% zdających ma wynik w wyższych klasach, 23% w niższych
	5	średnia	47% – 64%	20% zdających ma wynik w tej klasie, 40% zdających ma wynik w wyższych klasach, 40% w niższych
	6	powyżej średniej	65% – 80%	17% zdających ma wynik w tej klasie, 23% zdających ma wynik w wyższych klasach, 60% w niższych
	7	wysoka	81% – 90%	12% zdających ma wynik w tej klasie, 11% zdających ma wynik w wyższych klasach, 77% w niższych
	8	bardzo wysoka	91% – 96%	7% zdających ma wynik w tej klasie, 4% zdających ma wynik w wyższej klasie, 89% w niższych
	9	najwyższa	97% – 100%	4% zdających ma wynik w tej klasie, 96% w niższych
MATEMATYKA na poziomie rozszerzonym (egzamin zdawało 57 641 osób)				
klasa	nazwa klasy	wyniki na świadectwie	Komentarz dla zdającego (informacje o procentach podano w przybliżeniu)	
Podział wyników na dziewięć klas	1	najniższa	0% – 6%	4% zdających ma wynik w tej klasie, 96% zdających ma wynik w wyższych klasach
	2	bardzo niska	7% – 16%	7% zdających ma wynik w tej klasie, 89% zdających ma wynik w wyższych klasach, 4% w niższej
	3	niska	17% – 26%	12% zdających ma wynik w tej klasie, 77% zdających ma wynik w wyższych klasach, 11% w niższych
	4	poniżej średniej	27% – 40%	17% zdających ma wynik w tej klasie, 60% zdających ma wynik w wyższych klasach, 23% w niższych
	5	średnia	41% – 54%	20% zdających ma wynik w tej klasie, 40% zdających ma wynik w wyższych klasach, 40% w niższych
	6	powyżej średniej	55% – 68%	17% zdających ma wynik w tej klasie, 23% zdających ma wynik w wyższych klasach, 60% w niższych
	7	wysoka	69% – 80%	12% zdających ma wynik w tej klasie, 11% zdających ma wynik w wyższych klasach, 77% w niższych
	8	bardzo wysoka	81% – 90%	7% zdających ma wynik w tej klasie, 4% zdających ma wynik w wyższej klasie, 89% w niższych
	9	najwyższa	91% – 100%	4% zdających ma wynik w tej klasie, 96% w niższych

Diagram 20. Rozkład staninowy wyników egzaminu maturalnego z matematyki w roku 2012

4. Podsumowanie

W naszym okręgu zdający egzamin obowiązkowy z matematyki uzyskali nieco niższy niż ogólnopolski średni wynik procentowy (54,3% wobec 55,8%). W odniesieniu do poziomu rozszerzonego ta różnica jest już większa (43,6% wobec 48,4%).

Najtrudniejszym (łatwość = 0,43) zadaniem zamkniętym (poziom podstawowy egzaminu) okazało się zadanie nr 23, w którym zdający sprawdzał, który z podanych punktów leży na okręgu o danym równaniu. Trudne było też zadanie nr 1 (łatwość = 0,46), sprawdzające umiejętność wykonania obliczeń procentowych. Zdający uzyskali średnio 17,15 punktu przy 25 zadaniach zamkniętych.

Na obu poziomach egzaminu najtrudniejszymi zadaniami pozostają zadania sprawdzające umiejętność prowadzenia rozumowania matematycznego i argumentowania. Poczyszający jest fakt zmniejszania się odsetka zdających, którzy opuszczają zadania na dowodzenie na poziomie podstawowym. Najtrudniejszym zadaniem na poziomie podstawowym pozostało zadanie wymagające przeprowadzenia dowodu geometrycznego, na poziomie rozszerzonym najtrudniejszy okazał się dowód pewnej własności zdarzeń losowych.

Na poziomie podstawowym zdającym z naszego okręgu niespodziewanie dużych kłopotów przysporzyło nieskomplikowane zadanie z geometrii analitycznej wymagające wyznaczenia równania symetralnej odcinka o danych współrzędnych jego końców. Na poziomie rozszerzonym zaskakująco niskie wyniki przyniosło zadanie z kombinatoryki wymagające zauważenia, że istnieją trzy, parami wykluczające się możliwości, w których iloczyn cyfr liczby ośmiocyfrowej jest równy 12.

Zdający na poziomie podstawowym najczęściej opuszczali oba zadania na dowodzenie (nr 27 i nr 30), zadanie z geometrii analitycznej (nr 29), zadanie tekstowe (nr 34) oraz zadanie wymagające wyznaczenia pierwiastka wielomianu (nr 28). Na poziomie rozszerzonym najczęściej opuszczanymi zadaniami były: zadanie z kombinatoryki (nr 8), dowód z rachunku prawdopodobieństwa (nr 11) oraz zadanie optymalizacyjne, prowadzące do badania własności funkcji kwadratowej (nr 6).