Okręgowa Komisja Egzaminacyjna
we Wrocławiu

Matematyka

Raport z egzaminu maturalnego na Dolnym Śląsku i Opolszczyźnie w 2006 roku

Wrocław 2006

Przygotował zespół ekspertów
Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej we Wrocławiu

© Copyright by Okręgowa Komisja Egzaminacyjna we Wrocławiu 2006

ISBN 83-89629-63-1

WYDAWNICTWO
Continuo

ul. Lelewela 4, pok. 325
53-505 Wrocław
tel. (71) 791-20-30
tel./fax (71) 34-390-18 w. 223
e-mail: wydawnictwo@continuo.wroclaw.pl

Wydrukowano we Wrocławskiej Drukarni Naukowej PAN
im. S. Kulczyńskiego Sp. z o.o.

Spis treści

Wstęp *4*

Organizacja, przebieg i wyniki egzaminu maturalnego w sesji wiosennej 2006 roku *5*

Jak interpretować osiągnięcia *9*

Czy warto udoskonalać system egzaminów zewnętrznych *9*

Analiza wyników egzaminu maturalnego z matematyki *11*

1. Opis zestawów egzaminacyjnych *11*
2. Statystyczne ujęcie wyników egzaminu *12*
3. Podsumowanie i wnioski *22*

Wstęp

Szanowni Państwo,

przedkładamy kolejny RAPORT z przeprowadzonego w roku 2006 powszechnego, zewnętrznego egzaminu maturalnego w województwie dolnośląskim i opolskim.

Ze względu na złożoną strukturę tego egzaminu (wielość przedmiotów) podzieliliśmy RAPORT, podobnie jak w roku ubiegłym, na dwie części:

ogólną – zawierającą informacje o organizacji, przebiegu i ustalaniu wyników egzaminu w województwie dolnośląskim i opolskim w części ustnej i pisemnej,

przedmiotową – zawierającą analizę statystyczną – ilościową i interpretację wyników egzaminu z następujących przedmiotów: biologia, chemia, fizyka, geografia, historia, historia sztuki, informatyka, język polski, języki obce, matematyka, wiedza o społeczeństwie.

Część ogólna zainteresuje z pewnością wszystkie podmioty współuczestniczące w procesie przygotowania i przeprowadzania tego najbardziej doniosłego w polskiej edukacji egzaminu.

Wnioski formułowane w raportach przedmiotowych adresowane są głównie do Nauczycieli i dotyczą procesu dydaktycznego, w trakcie którego uczniowie przygotowują się do sprostania wymogom egzaminacyjnym.

By umożliwić Dyrektorom Szkół, Radom Pedagogicznym, Zespołom Przedmiotowym i Nauczycielom pełną analizę osiągnięć absolwentów szkoły w roku 2006, udostępniamy drogą elektroniczną szczegółowe, indywidualne wyniki zdających za poszczególne zadania/umiejętności w każdym przedmiocie egzaminacyjnym.

Gratulujemy Szkołom (Zdającym, Nauczycielom, Rodzicom), których absolwenci sprostali wysokim wymaganiom tego egzaminu.

Wszystkim zainteresowanym życzymy sukcesów w roku 2007.

Za bardzo dobrą współpracę w roku szkolnym 2005/2006 bardzo serdecznie dziękujemy:

- Przewodniczącym i Wiceprzewodniczącym szkolnych zespołów egzaminacyjnych,
- Przewodniczącym i Członkom przedmiotowych zespołów egzaminacyjnych,
- Przewodniczącym i Członkom zespołów nadzorujących,
- Przewodniczącym i Członkom zespołów egzaminatorów.

Serdecznie dziękujemy także za rok bardzo dobrej współpracy Kuratorom i Wizytatorom Kuratoriów Oświaty w Opolu i Wrocławiu.

Organizacja, przebieg i wyniki egzaminu maturalnego w sesji wiosennej 2006 roku

1. Matura próbna

W grudniu 2005 roku na terenie całej Polski uczniowie klas maturalnych szkół ponadgimnazjalnych przystąpili do próbnego egzaminu maturalnego. Obejmował on wyłącznie część pisemną egzaminu maturalnego.

Najważniejszym celem próbnego egzaminu maturalnego było:

- poznanie przez uczniów i nauczycieli struktury arkuszy i formy zadań,
- sprawdzenie organizacyjnego przygotowania szkół i OKE do egzaminu w sytuacji zbliżonej do egzaminacyjnej,
- trening nauczycieli w ocenianiu prac według schematów poprawnych odpowiedzi i punktowania zadań,
- wspomaganie uczniów w ocenie własnego przygotowania do egzaminu,
- umożliwienie szkołom przeprowadzenia analizy i interpretacji wyników egzaminu.

Do próbnego egzaminu maturalnego przystąpili uczniowie 320 szkół, spośród 383, które przeprowadzały egzamin maturalny w roku szkolnym 2005/2006.

2. Szkolenie dla nauczycieli sprawdzających próbny egzamin maturalny

W grudnia 2005 r. Okręgowa Komisja Egzaminacyjna przeprowadziła 8-godzinne doskonalące szkolenia dla nauczycieli niebędących egzaminatorami, przygotowujące do kryterialnego oceniania próbnych egzaminów maturalnych.

Szkolenia odbyły się w 100 grupach szkoleniowych (we Wrocławiu, Opolu, Kluczborku, Kędzierzynie, Wałbrzychu, Świdnicy, Kłodzku, Jeleniej Górze, Lubinie, Legnicy). Nauczyciele otrzymali pakiet materiałów szkoleniowych do wykorzystania w dalszej pracy. Łącznie przeszkolono **1843** nauczycieli różnych przedmiotów maturalnych.

3. Szkolenie dla egzaminatorów maturalnych

W marcu 2006 r. przeprowadzono cykl szkoleń dla nauczycieli pełniących funkcję egzaminatorów maturalnych. Ich celem było przede wszystkim zapoznanie egzaminatorów ze zmianami dotyczącymi sposobu egzaminowania i oceniania, trening przed sprawdzaniem i ocenianiem podczas zbliżającej się sesji egzaminacyjnej oraz zebranie informacji od egzaminatorów o ich gotowości do pracy. Pracowano w 129 zespołach, przeszkolono **2300** osób z zaproszonych **3944**.

Nauczyciele uczestniczący w szkoleniu podkreślali duże znaczenie szkolenia dla jakości sprawdzania prac egzaminacyjnych, ich wartość merytoryczną i praktyczną.

4. Konferencje dla przewodniczących szkolnych zespołów egzaminacyjnych

W roku szkolnym 2005/2006 odbyły się dwie konferencje dla przewodniczących i zastępców szkolnych zespołów egzaminacyjnych poświęcone egzaminowi.

Przeprowadzono 4 konferencje – w Legnicy, Wałbrzychu, Wrocławiu i Opolu. Celem zorganizowanych w październiku 2005 r. konferencji było podsumowanie wyników egzaminu maturalnego i omówienie sposobu wykorzystania raportów o egzaminie maturalnym w 2005 r. do udoskonalenia pracy dydaktycz-

nej szkoły oraz podjęcie działań związanych z przygotowaniem szkół do przeprowadzenia egzaminów maturalnych w kolejnych sesjach egzaminacyjnych.

Podczas konferencji przygotowano dla uczestników pakiet materiałów egzaminacyjnych – raporty OKE *Matura 2005*, broszurę *Egzamin maturalny 2006.*

Celem kolejnego cyklu konferencji zorganizowanego w marcu 2006 r. było poinformowanie dyrektorów szkół o wynikach egzaminu maturalnego w sesji zimowej 2006, uzyskanie przez zainteresowanych pełnej informacji i potrzebnych materiałów do sprawnego przeprowadzenia egzaminu maturalnego w sesji wiosennej 2006 r. oraz uzgodnienie trybu i warunków współdziałania i komunikowania się przed rozpoczęciem egzaminów, w trakcie i po ich zakończeniu.

W obydwu cyklach konferencji uczestniczyli przedstawiciele 99% szkół ponadgimnazjalnych, w których przeprowadzano w roku szkolnym 2005/2006 egzamin maturalny. Konferencje odbyły się bez żadnych zakłóceń, w dobrych warunkach i miłej atmosferze.

5. Wybór przedmiotów egzaminacyjnych

Spośród języków obcych najchętniej wybierano język angielski – 70,2% i język niemiecki – 28,0%. Egzamin ustny z języka polskiego zdało 96,9%, a z języka obcego – 94,2%. Egzaminy ustne zaplanowano w szkołach od 4 maja do 31 maja 2006 r. 77 szkół zgłosiło problem z ich organizacją. Przyczyną był w dalszym ciągu brak w szkołach przeszkolonych egzaminatorów i trudności z powołaniem zespołów przedmiotowych w sytuacji, gdy wybrany przez uczniów język obcy nie był nauczany w danej szkole. Problemy te rozwiązano przez szkolenia egzaminatorów, powołanie egzaminatorów z innych szkół lub skierowanie zdających (116 absolwentów) na egzamin do innej szkoły.

Wybór przedmiotów i poziomu egzaminu pisemnego z uwzględnieniem laureatów/finalistów olimpiad oraz zdających w terminie dodatkowym

Przedmiot	Zdało (%)	l. wszystkich zdających (poziom)			W tym l. zdających po raz pierwszy		
		P	R	DW	P	R	DW
język polski	86,9%	38 780	17 287		37 968	17 011	
język angielski	93,3%	26 945	13 572	51	26 789	13 369	50
język niemiecki	95,4%	10 734	4256	134	10 693	4198	133
język francuski	98,4%	429	228	20	423	220	20
język rosyjski	94,7%	461	131		455	129	
język włoski	96,0%	37	22		35	21	
język hiszpański	100,0%	38	33		37	31	
język ukraiński	100,0%	12	7		12	7	
matematyka	90,5%	8339	6828	22	7973	6610	21
biologia	74,0%	11 919	8159	25	11433	7686	25
geografia	93,9%	11 710	6606	5	11432	6487	5
historia	86,0%	6768	5790	26	6527	5573	26
wiedza o społeczeństwie	97,7%	11 102	8271		10762	8007	
chemia	85,6%	2919	2928	3	2737	2561	3
fizyka i astronomia	77,4%	3089	3141	3	2937	2874	2
historia sztuki	75,4%	473	418		446	393	
historia muzyki	100,0%	52	39		51	38	
wiedza o tańcu	100,0%	3	1		3	1	

Zdający, którzy przystąpili do egzaminu maturalnego po raz pierwszy i wybrali przedmioty dodatkowe

	Ogółem	%	W tym					
			1 przedmiot	%	2 przedmioty	%	3 przedmioty	%
Województwo dolnośląskie	11 429	40,3%	9634	34,0%	1629	5,7%	166	0,6%
Województwo opolskie	3556	36,2%	3080	31,3%	444	4,5%	32	0,3%
Razem	**14 985**	**39,3%**	**12 714**	**33,3%**	**2073**	**5,4%**	**198**	**0,5%**

Najchętniej wybieranymi przedmiotami dodatkowymi, podobnie jak w roku ubiegłym, były wiedza o społeczeństwie, fizyka i astronomia oraz chemia.

6. Organizacja egzaminu

Materiały egzaminacyjne na pisemny egzamin maturalny były dostarczane do szkół za pośrednictwem firmy kurierskiej w terminach określonych przez Centralną Komisję Egzaminacyjną, w ciągu 14 dni: od 4 do 29 maja 2006 r., w godzinach od 5^{00} do 8^{00} rano.

Egzamin maturalny przeprowadzono w 383 szkołach lub zespołach szkół w okręgu – w 279 szkołach województwa dolnośląskiego i w 104 szkołach województwa opolskiego.

Zgłoszenie i deklarację przystąpienia do egzaminu maturalnego złożyło 43 931 osób. Do egzaminu maturalnego przystąpiło po raz pierwszy 38 160 absolwentów, z czego 28 453 (**74,6%**) otrzymało świadectwo dojrzałości 11 lipca 2006 r., 1318 absolwentów podwyższało wynik egzaminu, z czego aneks otrzymało 1167 (**88,5%**). 1468 absolwentów przystąpiło po raz kolejny do egzaminów niezdanych, z czego 723 (**49,3%**) otrzymało świadectwo w pierwszym terminie.

Po wejściu w życie rozporządzenia z dnia 8 września 2006 r., zmieniającego rozporządzenie w sprawie (...) przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów w szkołach publicznych, świadectwo dojrzałości otrzymało ogółem 6115 absolwentów, w tym 4791 (11,7%) przystępujących do egzaminu w sesji wiosennej 2006 r.

Łącznie do przynajmniej jednego egzaminu pisemnego lub ustnego przystąpiło 40 948 absolwentów, w tym 2786 absolwentów z lat ubiegłych. Egzamin maturalny w okręgu zdało 87,9% absolwentów liceów ogólnokształcących, 50,4% absolwentów liceów profilowanych, 29,2% absolwentów liceów uzupełniających i 59,7% absolwentów techników.

Dla zdających przygotowano cztery rodzaje arkuszy egzaminacyjnych: A1 – standardowe, A4 – dla osób słabo widzących, A6 – dla osób niewidomych i A7 – dla osób niesłyszących.

Wobec 2802 osób (7%) zastosowano zmienione kryteria oceniania na podstawie opinii o dysleksji.

Na podstawie § 56.1 rozporządzenia MENiS z dnia 7 września 2004 r. (Dz.U. nr 199 poz. 2046 z późniejszymi zmianami) zwolniono z egzaminu 105 laureatów i finalistów olimpiad przedmiotowych.

Dystrybucja materiałów egzaminacyjnych przebiegała zgodnie z harmonogramem. W nielicznych przypadkach zgłaszano niezgodności oraz wykazywano uszkodzone arkusze egzaminacyjne i płyty CD. Nie spowodowało to nieprawidłowości w przeprowadzeniu pisemnych egzaminów. Po ich zakończeniu spakowane i zabezpieczone materiały egzaminacyjne, za pośrednictwem firmy kurierskiej, przewożono do OKE. Kurierzy odbierali je w godzinach ustalonych w szczegółowym harmonogramie (między 17^{30} a 19^{00}). Uporządkowane prace egzaminacyjne przewożono następnie z OKE do ośrodków sprawdzania. Dystrybucja i redystrybucja materiałów egzaminacyjnych przebiegała sprawnie. Uporządkowane w OKE materiały egzaminacyjne zostały rozwiezione do **75** ośrodków sprawdzania zlokalizowanych w 15 miastach w okręgu. Przeszkoleni egzaminatorzy pracowali w 137 zespołach egzaminacyjnych.

W roku szkolnym 2005/2006 do obserwowania egzaminów maturalnych w sesji wiosennej zaproszenie wysłano do wszystkich urzędów miast, gmin i starostw, szkół wyższych i kolegiów nauczycielskich, ośrodków doskonalenia, szkół i kuratoriów oświaty, zarówno województwa dolnośląskiego, jak i opolskiego. Niestety zaproszenie przyjęło jedynie 254 obserwatorów.

W porównaniu z rokiem ubiegłym liczba ta zmniejszyła się prawie o połowę (sesja wiosenna 2005 – 471 obserwatorów).

Obserwowano 151 egzaminów pisemnych. W obserwacji 784 egzaminów ustnych uczestniczyło 103 obserwatorów. 90% obserwatorów wskazywało na właściwą organizację egzaminów, sprawną i profesjonalną pracę zespołów nadzorujących oraz spokój i zdyscyplinowanie zdających.

Źródłem wiedzy o jakości organizacji i przebiegu egzaminu stała się głównie analiza dokumentacji maturalnej przekazanej do OKE. Aż **61%** szkół organizujących egzamin maturalny przesłało dokumentację niekompletną z poważnymi błędami formalnymi.

W **89** szkołach województwa dolnośląskiego i opolskiego, co stanowi 23,2% wszystkich szkół organizujących egzamin maturalny, **zostały naruszone procedury organizowania i przeprowadzania egzaminu maturalnego**. W co czwartej szkole błędy proceduralne popełniały zarówno zespoły nadzorujące, jak i przedmiotowe.

Uchybienia w pracy szkolnych zespołów egzaminacyjnych skutkowały, np.:

a) ponownym przystąpieniem zdającego do egzaminu w terminie dodatkowym,
b) unieważnieniem egzaminu,
c) wszczęciem postępowania dyscyplinarnego wobec przewodniczącego szkolnego zespołu egzaminacyjnego.

W związku z zastrzeżeniami dotyczącymi naruszenia procedury przeprowadzenia egzaminów ustnych zastrzeżenia złożyło 28 zdających. Dyrektor OKE we Wrocławiu unieważnił 3 egzaminy ustne z języka polskiego i 1 egzamin z języka angielskiego. Zastrzeżenia dotyczące przebiegu egzaminów pisemnych złożyło 33 zdających. Dyrektor OKE podjął decyzję o powtórzeniu egzaminu w terminie dodatkowym w przypadku 5 zdających.

Ponadto dyrektor OKE we Wrocławiu unieważnił egzamin pisemny z powodu niesamodzielnej pracy zdających w 103 przypadkach.

W 7 szkołach w regionie przewodniczący SZE unieważnili egzaminy pisemne z powodu niesamodzielnej pracy zdających lub wniesienia na salę egzaminacyjną telefonu komórkowego.

Do dnia 8 września 2006 r. wniosek o wgląd do prac złożyło 984 zdających. Wszyscy zainteresowani otrzymali informację o miejscu i terminie wglądu do prac począwszy od 12 lipca 2006 r. Do 8 września 2006 r. zgłosiło się **868** osób.

Jak interpretować osiągnięcia

Interpretacja wyników egzaminów maturalnych ma charakter przedmiotowy. Kierunek analizy szkolnej i możliwość przełożenia wniosków na praktykę szkolną zależą, między innymi, od zakresu danych, jakimi dysponuje szkoła.

Po maturze 2006 roku podstawę do analiz stanowić mogą:

- materiały uzyskane przez szkoły z Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej we Wrocławiu,
- dane krajowe prezentowane na stronie internetowej Centralnej Komisji Egzaminacyjnej w Warszawie (www.cke.edu.pl),
- *Raport z egzaminu maturalnego na Dolnym Śląsku i Opolszczyźnie w 2006 roku* – część ogólna i wyniki przedmiotowe.

Dwa podstawowe aspekty analizy i interpretacji wyników egzaminów zewnętrznych to: porównywanie wyników i określenie postępu w osiągnięciach uczniów na podstawie wyników.

Dane umożliwiające porównanie wyników przez nauczycieli i uczniów to:

- dane statystyczne dotyczące:
  - przystępujących do egzaminów ustnych i pisemnych,
  - wyborów przedmiotów,
  - uzyskania przynajmniej 30% punktów z przedmiotów obowiązkowych na poziomie podstawowym,
  - średnich wyników wyrażonych procentowo w przedmiotach egzaminacyjnych w zestawieniach województwo, powiat, szkoła oraz z podziałem na typy szkół,
- przeciętne wskaźniki łatwości poszczególnych zadań egzaminacyjnych, określonych umiejętności i standardów wymagań egzaminacyjnych dla przedmiotów egzaminacyjnych,
- statystyczne dane przedmiotowe dla okręgu, uzupełnione o zestawienie wyników odniesione do krajowej skali staninowej.

Materiały uzyskane przez szkoły są do pobrania ze strony OKE (www.oke.wroc.pl), po zalogowaniu się w następujący sposób:

Nazwa użytkownika: Identyfikator zespołu (skrócony 9-znakowy)

Hasło: Klucz do Hermesa.

Dane opracowano w wersji elektronicznej, w formie plików tekstowych zawierających szczegółowe wyniki tegorocznych absolwentów w rozbiciu na zadania dla każdego przedmiotu (*nazwapliku.txt* np. *000000-01_MBI_R1_2006.txt* – plik dotyczący wyników egzaminu z biologii na poziomie rozszerzonym). Każdy plik zawiera w pierwszym wierszu nagłówki będące opisem kolumn, zaś każdy następny wiersz stanowi informacje o wynikach ucznia, rozdzielane średnikami. Dane uczniów są posortowanie według kodu ucznia.

Pobierając ww. dane do np. MS Excel, można dokonać analizy wyników zarówno z rozbiciem na poszczególne zadania, jak w obrębie oddziału, szkoły dla danego przedmiotu.

Analizy interpretacyjne wyników o charakterze jakościowym mogą być podstawą do wnioskowania dydaktycznego. Komentarze do zadań egzaminacyjnych zawarte w raportach przedmiotowych stanowią podstawę do tej analizy. Są interesujące dla nauczycieli przedmiotów egzaminacyjnych.

Czy warto udoskonalać system egzaminów zewnętrznych

Zarówno organizacja, jak i przebieg egzaminu maturalnego w 2006 roku dowodzą, że kierunek budowania systemu zewnętrznego oceniania jest słuszny. Są bowiem konkretne argumenty, potwierdzające zasadność dotychczasowych działań. Formułowane są nowe argumenty wyznaczające niezbędny kierunek zmian. Spośród argumentów potwierdzających dotychczasowe zasady przypominamy niektóre:

- Wymagania egzaminacyjne są jasne i jawne.
- Istnieją jednolite standardy egzaminacyjne wszystkich nauczanych przedmiotów.
- Każdy absolwent polskiej szkoły może na egzaminie maturalnym wykazać się umiejętnościami zdobytymi w szkole i sytuacjach pozaszkolnych.
- Każdy zdający ma na egzaminie takie same, wyrównane szanse i jednolite warunki zdawania.

- Każdy uczeń ma prawo wyboru przedmiotów i poziomów egzaminu, co jest przejawem docenienia odpowiedzialności ucznia za własne kształcenie.
- W całym kraju zdający rozwiązują te same zadania w arkuszach egzaminacyjnych, które wymagają odpowiednich operacji myślowych: odtworzenia, przetworzenia lub zastosowania wiedzy (czyli *summy* wiadomości i umiejętności).
- Zadania maturalne są standaryzowane (wypróbowane jako narzędzia pomiaru).
- W całym kraju prace zdających są kodowane i oceniane przez profesjonalnie przygotowanych egzaminatorów według konkretnego klucza (modelu odpowiedzi i schematu punktowania).

Przykładowe argumenty kierunkujące zmiany to:

- Rozdzielenia poziomu podstawowego i rozszerzonego egzaminów maturalnych.
- Przyjęcie zasady zwiększania puli przedmiotów obowiązkowych do wyboru.
- Sformułowana w dyskusjach potrzeba wprowadzenie matematyki do zestawu obowiązkowych przedmiotów maturalnych.

Zwrotne informacje z analiz wyników egzaminów zewnętrznych, doświadczenia wyniesione z organizowania i przeprowadzania egzaminów zewnętrznych, uwzględnianie sugestii i postulatów środowisk edukacyjnych kierunkują zmiany doskonalące system zewnętrznych egzaminów i unowocześniają proces dydaktyczny w szkole.

Analiza wyników egzaminu maturalnego z matematyki

Wstęp

Egzamin maturalny z matematyki został przeprowadzony w dniu 11 maja 2006 r. Na egzamin zostały przygotowane w Centralnej Komisji Egzaminacyjnej trzy zestawy arkuszy egzaminacyjnych:

- Standardowy, oznaczony symbolami MMA-P1A1P-062, MMA-R1A1P-062 dla uczniów bez dysfunkcji oraz dla uczniów słabo słyszących i niesłyszących.
- Dostosowany do potrzeb maturzystów słabo widzących oznaczony symbolami MMA-P1A4P-062, MMA-R1A4P-062 (czcionka 16 pkt.).
- Zestaw dla uczniów niewidomych oznaczony symbolami MMA-P1A6P-062, MMA-R1A6P-062.

Wszystkie zestawy zostały opracowane zgodnie z założeniami opisanymi w *Informatorze maturalnym od 2005 roku – Matematyka*.

Zdający podczas egzaminu mogli korzystać z *Zestawu wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

Do sprawdzenia i ocenienia prac egzaminacyjnych w naszym okręgu powołano 200 licencjonowanych egzaminatorów (zgrupowanych w 10 zespołów), którzy pod kierunkiem Przewodniczących Zespołów Egzaminatorów stosowali ustalony centralnie i jednolity w całym kraju schemat punktowania zadań. Nad poprawnym stosowaniem schematów punktowania przez egzaminatorów wraz z Przewodniczącymi czuwali weryfikatorzy merytoryczni – po dwóch w każdym zespole egzaminatorów.

Poniższe opisy oraz analizy wyników egzaminu dotyczą zestawu standardowego arkuszy egzaminacyjnych.

1. Opis zestawów egzaminacyjnych

Arkusz I

Arkusz egzaminacyjny I dla poziomu podstawowego (MMA-P1A1P-062), stanowiący jednocześnie część I egzaminu na poziomie rozszerzonym, zawierał:

- instrukcję dla zdającego,
- 11 zadań otwartych o zróżnicowanej punktacji (4 zadania za 3 punkty, 1 zadanie za 4 punkty, 3 zadania za 5 punktów, 2 zadania za 6 punktów i 1 zadanie za 7 punktów) wraz z miejscem na rozwiązanie pod tekstem każdego zadania,
- trzy czyste strony przeznaczone na brudnopis.

Za rozwiązanie wszystkich zadań maturzyści mogli uzyskać maksymalnie 50 punktów.

Oceny egzaminatorów były umieszczane w dwóch miejscach: jak zawsze na karcie punktowej, a także – nowość w tym roku – w stopce strony arkusza, pod rozwiązaniem zdającego, w tabeli, odzwierciedlającej schemat punktowania danego zadania.

Karta punktowa dołączona do arkusza ilustrowała schemat punktowania wszystkich zadań i zawierała 45 wierszy (40 czynności zdających było punktowanych 0 albo 1 punktem, natomiast za 5 pozostałych czynności egzaminatorzy przyznawali 0 albo 1, albo 2 punkty).

Zadania w arkuszu I sprawdzały umiejętności opisane wszystkimi standardami. W szczególności, 20% punktów zdający mogli zdobyć za umiejętności opisane standardem I, 64% punktów za umiejętności opisane standardem II i 16% punktów za umiejętności opisane standardem III.

Pięć zadań w arkuszu I (2., 3., 6., 7. i 9.) zawierało tzw. kontekst realistyczny. Za ich rozwiązanie można było uzyskać maksymalnie 26 punktów.

Arkusz II

Arkusz egzaminacyjny II (MMA-R1A1P-062), stanowiący część drugą egzaminu na poziomie rozszerzonym, zawierał:

- instrukcję dla zdającego,
- 10 zadań otwartych o zróżnicowanej punktacji (1 zadanie za 3 punkty, 3 zadania za 4 punkty, 3 zadania za 5 punktów, 1 zadanie za 6 punktów, 2 zadania za 7 punktów) wraz z miejscem na rozwiązanie pod tekstem każdego zadania,
- trzy czyste strony przeznaczone na brudnopis.

Za rozwiązanie wszystkich zadań maturzyści mogli uzyskać maksymalnie 50 punktów. Karta punktowa dołączona do arkusza zawierała tym razem 43 wiersze (w 37 wierszach było miejsce na przydzielenie 0 albo 1 punktu, natomiast w 6 wierszach 0 albo 1, albo 2 punkty).

Zadania w arkuszu II sprawdzały umiejętności opisane wszystkimi standardami. 12% punktów zdający mogli zdobyć za umiejętności opisane standardem I, 46% punktów za umiejętności opisane standardem II i 42% punktów za umiejętności opisane standardem III.

Także i w tym arkuszu znalazły się zadania zawierające tzw. kontekst realistyczny (zadania 15. i 16.). Za ich poprawne rozwiązanie zdający mogli otrzymać 7 punktów.

2. Statystyczne ujęcie wyników egzaminu

W tej części przedstawiamy statystyczne zestawienia wyników egzaminu maturalnego z matematyki (sesja wiosenna 2006 r.) na obu poziomach, ujęte w formie tabel lub wykresów.

Arkusz I – poziom podstawowy, pierwsza część egzaminu na poziomie rozszerzonym

W dniu 11 maja 2006 r. w okręgu, obejmującym województwa dolnośląskie i opolskie, 8322 zdających rozwiązywało zadania z arkusza I (około 20% wszystkich zdających w sesji wiosennej).

7951 zdających matematykę (nieco ponad 19%) przystąpiło do egzaminu po raz pierwszy. 8 laureatów (lub finalistów) olimpiady miało zagwarantowany prawem maksymalny wynik egzaminu.

Dodajmy ponadto, że około 79% wszystkich zdających matematykę na egzaminie maturalnym wybrało ją jako przedmiot obowiązkowy, pozostali zdawali matematykę dodatkowo.

Poniższa analiza, oprócz laureatów olimpiady, nie uwzględnia maturzystów, którzy ze względów losowych nie zdawali egzaminu w maju (7 osób), a także 33 maturzystów, którym, decyzją Dyrektora OKE, egzamin maturalny z matematyki unieważniono.

W tabeli 1. zebrano dane dotyczące przystępujących po raz pierwszy do egzaminu maturalnego z matematyki w dniu 11 maja 2006 r., z rozbiciem na województwa i typy szkół.

Tabela 1. Liczba przystępujących po raz pierwszy do egzaminu maturalnego z matematyki w sesji wiosennej 2006 r.

Typ szkoły	Okręg	Woj. dolnośląskie	Woj. opolskie
Liceum ogólnokształcące	**5978 (75,19%)**	4578 (76,86%)	1400 (70,18%)
Liceum profilowane	**975 (12,26%)**	727 (12,21%)	248 (12,43%)
Liceum uzupełniające	**17 (0,21%)**	6 (0,1%)	11 (0,55%)
Technikum	**981 (12,34%)**	645 (10,83%)	336 (16,84%)
Razem	**7951 (100%)**	**5956 (100%)**	**1995 (100%)**

W uzupełnieniu powyższych informacji dodamy, że w całym okręgu 1360 osób zdawało matematykę tylko na poziomie podstawowym (wśród nich: 443 absolwentów liceum ogólnokształcących, 447 absolwentów liceów profilowanych, 16 absolwentów liceów uzupełniających i 404 absolwentów technikum).

Tabela 2. zawiera z kolei procentowe dane dotyczące zdawalności matury z matematyki wybranej jako przedmiot obowiązkowy. Zdawalność oznacza zdobycie przez zdających przynajmniej 30% punktów za rozwiązania zadań z arkusza I.

Tabela 2. Zdawalność matematyki wybranej jako przedmiot obowiązkowy w sesji wiosennej 2006 r.

Typ szkoły	Okręg	Woj. dolnośląskie	Woj. opolskie
Liceum ogólnokształcące	**98%**	97,8%	98,8%
Liceum profilowane	**75,8%**	75,8%	76,1%
Liceum uzupełniające	**29,4%**	33,3%	27,3%
Technikum	**85,5%**	82,5%	91,5%
Ogółem	**93,4%**	**93,2%**	**94%**

Kolejną ważną informację o osiągnięciach zdających egzamin maturalny z matematyki w maju 2006 r. niesie staninowy podział wyników (tab. 3). Wyniki egzaminu w obu województwach można bowiem porównywać z wynikami krajowymi.

Tabela 3. Wyniki obu województw na tle krajowych przedziałów staninowych – Arkusz I, matematyka

Staninowy podział wyników	Arkusz I			
	procent zdających (kraj)	wynik na świadectwie	procent zdających (woj. dolnośląskie)	procent zdających (woj. opolskie)
I Stanin – najniższy	4%	0–18%	**5%**	**4%**
II Stanin – bardzo niski	7%	20–30%	**7%**	**7%**
III Stanin – niski	12%	32–44%	**13%**	**13%**
IV Stanin – niżej średni	17%	46–58%	**16%**	**17%**
V Stanin – średni	20%	60–72%	**19%**	**19%**
VI Stanin – wyżej średni	17%	74–84%	**18%**	**18%**
VII Stanin – wysoki	12%	86–92%	**12%**	**12%**
VIII Stanin – bardzo wysoki	7%	94–96%	**6%**	**6%**
IX Stanin – najwyższy	4%	98–100%	**5%**	**4%**

W obu województwach są niewielkie różnice w staninie I (najniższy wynik osiągał częściej maturzysta z województwa dolnośląskiego), staninie IV (częściej zdający z województwa opolskiego osiągnął wynik niżej średni) oraz staninie IX (najwyższy wynik na egzaminie częściej stawał się udziałem maturzystów z województwa dolnośląskiego).

Natomiast w odniesieniu do staninów krajowych tych różnic jest więcej. Częściej zdający z naszego okręgu osiągali, w porównaniu z krajem, wyniki najniższe (I stanin), niskie (III stanin) czy też wyniki wyżej średnie (VI stanin). Natomiast rzadziej maturzyści w okręgu osiągali wyniki bardzo wysokie (VIII stanin).

Przechodząc do omówienia charakterystyki zadań w arkuszu I, zestawimy najpierw (tab. 4.) podstawowe dane statystyczne wszystkich zadań.

Tabela 4. Statystyki zadań z arkusza I, egzamin maturalny z matematyki, sesja wiosenna 2006 r. (N = 8322)

	Numer zadania w arkuszu I										
	1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**
Maksymalna liczba punktów do uzyskania	*3 pkt.*	*3 pkt.*	*5 pkt.*	*4 pkt.*	*3 pkt.*	*7 pkt.*	*5 pkt.*	*5 pkt.*	*6 pkt.*	*6 pkt.*	*3 pkt.*
Średnia liczba uzyskanych punktów	1,83	1,45	3,32	3,30	1,00	4,36	2,37	3,42	4,35	3,51	2,68
Wskaźnik łatwości zadania	**0,61**	**0,48**	**0,66**	**0,83**	**0,33**	**0,62**	**0,47**	**0,68**	**0,73**	**0,59**	**0,89**
Współczynnik korelacji zadania z całym arkuszem	**0,72**	**0,61**	**0,63**	**0,60**	**0,65**	**0,73**	**0,67**	**0,71**	**0,70**	**0,75**	**0,34**

- Statystyczny maturzysta osiągnął 31,5 punktu z 50 możliwych w arkuszu. Najczęstszym wynikiem (modalną, dominantą) były 43 punkty.
- Wskaźnik łatwości wszystkich zadań z tego arkusza wynosi 0,63. Przyjmując interpretację wskaźnika łatwości za prof. Bolesławem Niemierką, ten arkusz był dla zdających **umiarkowanie trudny.**

- Odchylenie standardowe równa się 11,9 punktu i wskazuje, że około 70% zdających uzyskało wynik punktowy w przedziale od 19 do 43 punktów.
- Mediana ma wartość 33 punktów, co oznacza, że co najmniej połowa zdających uzyskała 33 punkty lub więcej, i podobnie, co najmniej połowa zdających uzyskała co najwyżej 33 punkty.
- Rozstęp wyników jest równy 50 punktów, to znaczy, że wśród zdających były osoby, które nie otrzymały żadnego punktu (5 maturzystów), a także osoby, które zdobyły maksymalną liczbę 50 punktów (176 maturzystów).
- Trzy zadania z tego arkusza były dla zdających **trudne** (2., 5., 7.), cztery zadania były **miarkowanie trudne** (1., 3., 6., 8., 10.) i pięć **łatwych** (4., 9., 11.).
- Dziesięć z jedenastu zadań w arkuszu I ma stosunkowo wysoki współczynnik korelacji. W ostatnim, jedenastym zadaniu, współczynnik ten jest niemal dwukrotnie niższy od pozostałych. Na wielkość tego współczynnika wpłynął z całą pewnością wskaźnik łatwości zadania 11. – zadanie jest łatwe (po zaokrągleniu wskaźnika do czterech miejsc po przecinku uzyskujemy wynik 0,8943, tak więc zadanie plasuje się niemal na granicy między łatwymi a bardzo łatwymi), zatem nie różnicuje ono dobrze populacji zdających. Z drugiej jednak strony, ostatnie zadanie w arkuszu spełniało inną rolę.

W poniższej tabeli zestawiamy dla porównania wskaźniki łatwości zadań z arkusza I obliczone dla okręgu z wynikami uzyskanymi w całym kraju.

Tabela 5. Porównanie wskaźników łatwości zadań z arkusza I w kraju i okręgu – sesja wiosenna 2006 r.

Wskaźnik łatwości zadania	Numer zadania w arkuszu I										
	1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**
Kraj	0,62	0,52	0,69	0,83	0,35	0,63	0,49	0,70	0,74	0,61	0,90
Okręg	0,61	0,48	0,66	0,83	0,33	0,62	0,47	0,68	0,73	0,59	0,89

Zauważmy, że wszystkie zadania, oprócz zadania 4., były dla zdających w naszym okręgu nieznacznie trudniejsze niż w kraju. Zmiana klasy łatwości zadania nastąpiła w przypadku trzech zadań: nr 2. (o 4 punkty procentowe), nr 8. (o 2 punkty procentowe) oraz nr 11. (o 1 punkt procentowy). Niewielkie różnice wielkości wskaźników łatwości dla kraju i okręgu pozwalają odnosić i wykorzystywać uwagi o rozwiązaniach zadań oraz elementy analizy jakościowej, sporządzone przez Centralną Komisję Egzaminacyjną na podstawie uwag pochodzących ze wszystkich ośmiu Komisji Okręgowych. Zainteresowanych odsyłamy do *Sprawozdania z egzaminu maturalnego z matematyki*, dostępnego od 10 lipca 2006 r. na internetowej stronie Centralnej Komisji Egzaminacyjnej (www.cke.edu.pl/aktualności).

Na wykresach 1., 2. i 3. przedstawiamy wskaźniki łatwości zadań z arkusza I, obliczone kolejno dla okręgu, dla poszczególnych województw oraz typów szkół.

Najtrudniejsze dla zdających w obu województwach było zadanie 5. (szczególnie podpunkt b) – zaznaczanie w układzie współrzędnych kąta spełniającego zadane warunki wraz z podaniem współrzędnych punktu leżącego na końcowym ramieniu tego kąta). Trudne było zadanie 7., sprawdzające w realistycznym kontekście umiejętności stosowania własności miarowych figur płaskich (a dokładnie trójkąta równobocznego), a także zadanie 2. (sprawdzające umiejętność zbudowania modelu probabilistycznego oraz obliczania prawdopodobieństwa żądanego zdarzenia).

Natomiast po raz kolejny na egzaminie zadaniem najłatwiejszym okazuje się być to, w którym sprawdza się umiejętność zastosowania podanego algorytmu do rozwiązania problemu teoretycznego (zadanie 11.). Łatwe dla zdających jest zadanie 4., sprawdzające umiejętność stosowania podstawowych własności ciągu geometrycznego. Trzecie i ostatnie z zadań łatwych to zadanie 9., osadzone w kontekście realistycznym, sprawdzało umiejętność stosowania własności miarowych w figurach przestrzennych oraz umiejętności prowadzenia obliczeń procentowych. W błędnych rozwiązaniach tego zadania najczęściej szwankowało czytanie ze zrozumieniem, bo oto zamiast ostrosłupa prawidłowego czworokątnego pojawiał się ostrosłup prawidłowy trójkątny lub też kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy był zastępowany kątem nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy.

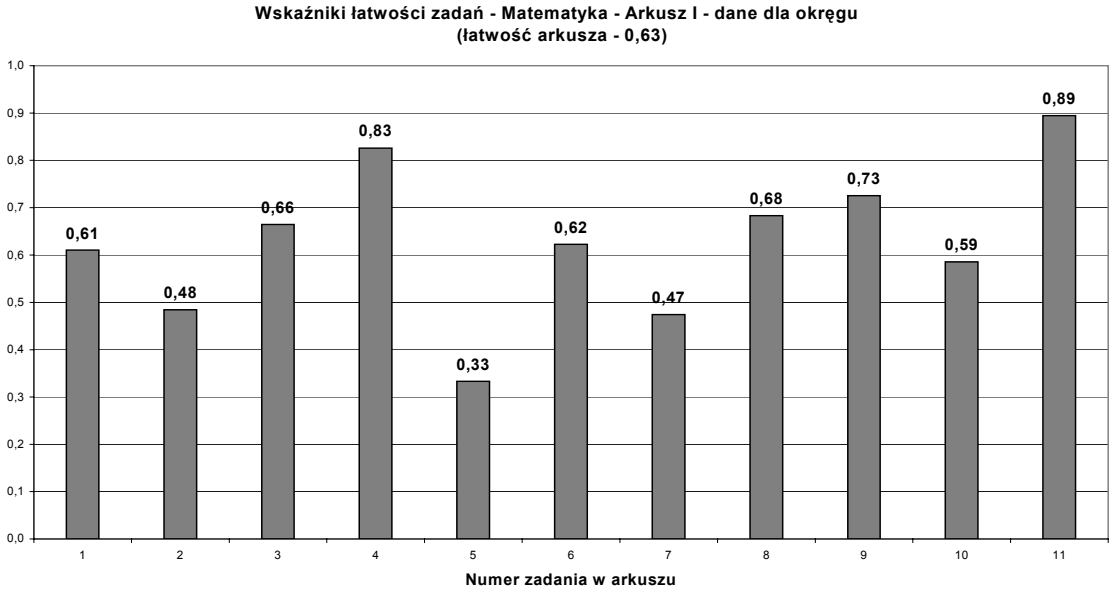
Pozostałych pięć zadań (1., 3., 6., 8. i 10.) były zadaniami umiarkowanie trudnymi. Rozwiązania tych zadań ujawniły kłopoty zdających:

- z wyznaczeniem różnicy zbiorów liczbowych na osi (zadanie 1.),
- z poprawnym zastosowaniem wzoru służącego do obliczenia wariancji (zadanie 3.),

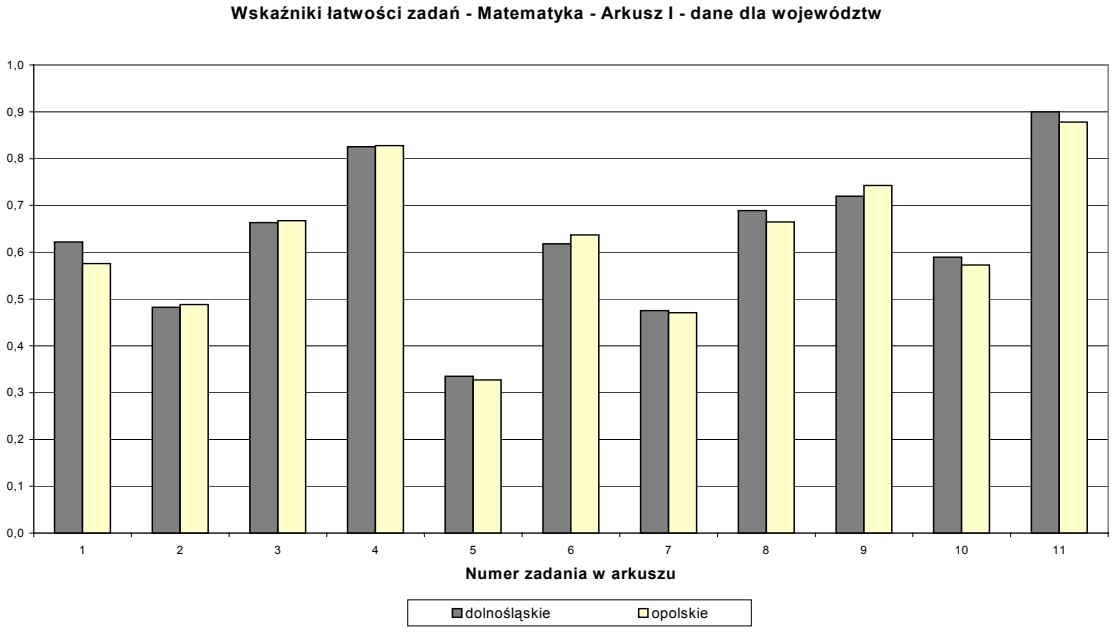
- z wykorzystaniem własności podobieństwa trójkątów (zadanie 6.),
- z poprawnym obliczeniem drugiej współrzędnej wierzchołka paraboli, z poprawnym odczytaniem zbioru rozwiązań odpowiedniej nierówności kwadratowej (zadanie 8.),
- z poprawnym wykonaniem dzielenia wielomianów, ze zrozumieniem i wykorzystaniem związku między rozkładem wielomianu na czynniki a istnieniem jego pierwiastków (zadanie 10.).

Są to, jak widać z powyższej listy, kłopoty na poziomie rozumienia pojęć i ich stosowania w sytuacjach typowych.

Wykres 1. Wskaźniki łatwości zadań z arkusza I obliczone dla całego okręgu, sesja wiosenna 2006 r. (N = 8322)

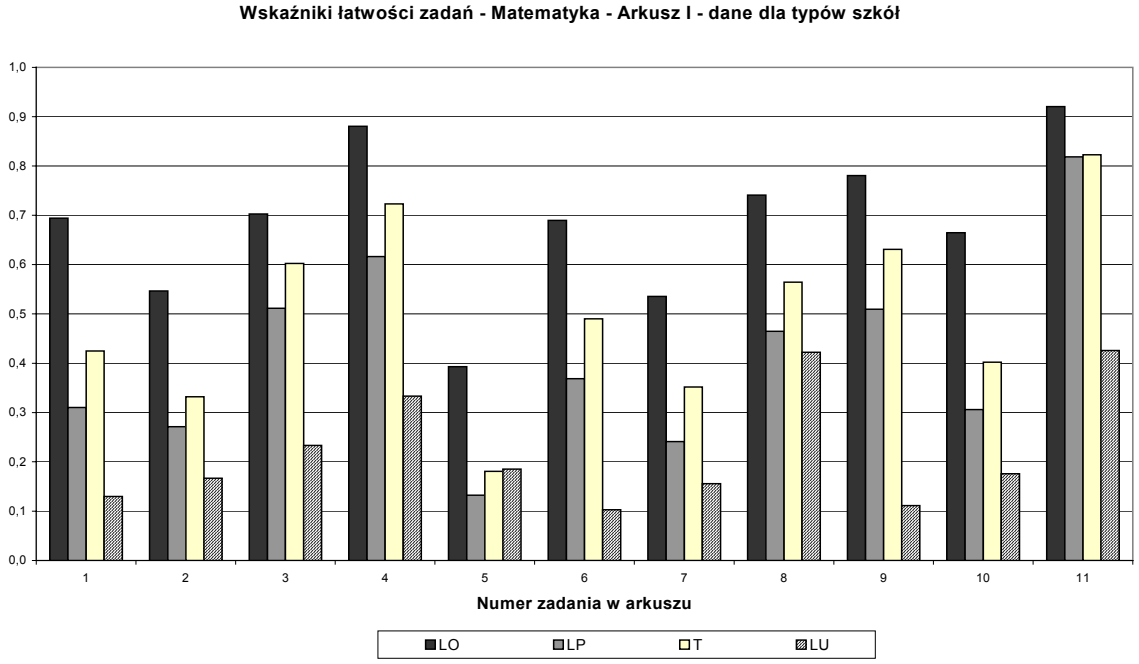


Wykres 2. Wskaźniki łatwości zadań z arkusza I obliczone dla każdego województwa, sesja wiosenna 2006 r.



Nie ma wyraźnych różnic między wskaźnikami łatwości zadań obliczonymi dla obu województw. Największa z różnic, odnotowana w zadaniu 1., jest równa 4 punktom procentowym i nie miała wpływu na zmianę klasy łatwości tego zadania. Przyczyna takiej różnicy mogła tkwić w konstrukcji zadania – podpunkt c) był zależny od podpunktów a) i b).

Wykres 3. Wskaźniki łatwości zadań z arkusza I obliczone dla każdego typu szkoły, sesja wiosenna 2006 r.



Każde zadanie z arkusza I było wyraźnie łatwiejsze dla absolwentów liceów ogólnokształcących – różnice sięgają nawet 27 punktów procentowych (różnica między wynikami LO i technikum w zadaniu 1. – zaznaczanie zbiorów na osi liczbowej i wykonywanie działań na zbiorach). Najmniejsza różnica jest równa 15 punktom procentowym (różnica między wynikami LO i technikum w zadaniu 9. – geometria przestrzenna w kontekście realistycznym). Z kolei dla absolwentów technikum, po raz pierwszy zdających egzamin maturalny, każde zadanie w tym arkuszu było łatwiejsze niż dla absolwentów liceum profilowanego. Dla siedemnastoosobowej grupy absolwentów liceów uzupełniających zadania z arkusza I były bardzo trudne (7 zadań) bądź trudne (4 zadania).

W poniższej tabeli zestawiamy procentowy rozkład punktów uzyskiwanych za rozwiązania zadań z arkusza I.

Tabela 6. Procentowy rozkład zdobywanych punktów za poszczególne zadania – Arkusz I

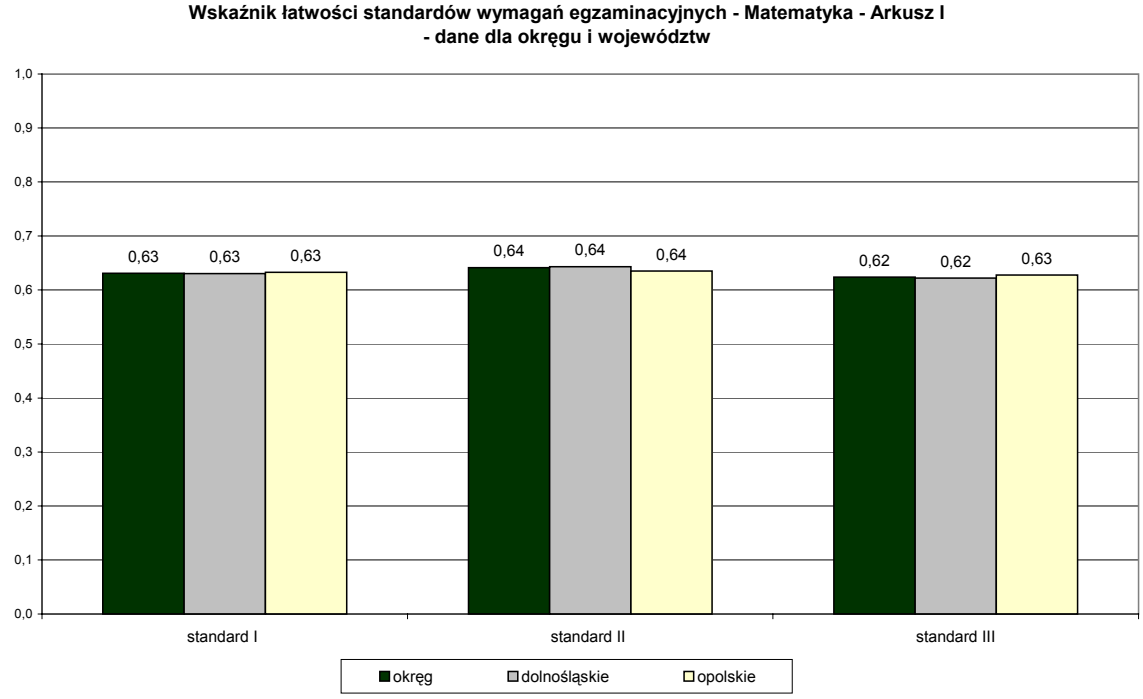
Liczba pkt.	Numer zadania w arkuszu/wskaźnik łatwości zadania/procent zdających										
	1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**
	0,61	**0,48**	**0,66**	**0,83**	**0,33**	**0,62**	**0,47**	**0,68**	**0,73**	**0,59**	**0,89**
0 pkt.	17,4%	37,1%	6%	8,1%	32,9%	12,3%	18,3%	7,2%	10,3%	20,5%	6,8%
1 pkt	19,5%	16,9%	8,6%	5,5%	47,9%	11,7%	35,4%	7,6%	5,4%	5,4%	2,3%
2 pkt.	25,8%	9,6%	10,9%	3,6%	5,5%	10,3%	3,9%	9,7%	3,7%	12,4%	6,8%
3 pkt.	37,3%	36,4%	30,3%	13,7%	13,7%	5,2%	3,5%	16,7%	7,9%	13,7%	84,1%
4 pkt.			10%	69,1%		5,1%	10,7%	29,5 %	11,3%	2,8%	
5 pkt.			34,2%			6,1%	28,2%	29,3%	14,6%	2,6%	
6 pkt.						8,3%			46,8%	42,6%	
7 pkt.						41%					

Powyższe dane pozwalają m.in. zaobserwować wpływ liczebności grup zdających na osiągany w zadaniu wskaźnik łatwości. Na przykład, w najtrudniejszym w tym arkuszu zadaniu 5. co trzeci zdający nie zdobył żadnego punktu, co drugi zdobył zaledwie jeden punkt (najczęściej za poprawne obliczenia w podpunkcie a)), jedynie co siódmy zdający potrafił zdobyć wszystkie trzy punkty za poprawne jego rozwiązanie. Z kolei w najłatwiejszym zadaniu 11. wszystkie punkty za rozwiązanie zdobyło aż 84% zdających, żadnego punktu nie otrzymało niecałe 7% maturzystów.

Ostatni w tej części wykres ilustruje poziom opanowania umiejętności opisanych trzema obszarami standardów wymagań egzaminacyjnych. Zaskakujące jest, że obliczone wskaźniki nie pokazały wyraźnie

hierarchii standardów. Najtrudniejsza dla zdających umiejętność tworzenia informacji (standard III) została opanowana przez nich niemal na jednakowym poziomie z umiejętnością korzystania z informacji (standard II), a także ze znajomością pojęć i ich rozumieniem (standard I). Z pewnością zaważyły na takim wyniku liczebności grup zdających, którzy na egzaminie osiągnęli wysokie wyniki (np. najczęstszy wynik na świadectwie to 86%, ponadto 176 osób osiągnęło wynik maksymalny).

Wykres 4. Wskaźnik łatwości standardów wymagań egzaminacyjnych obliczony dla okręgu i obu województw



Arkusz II – część druga egzaminu na poziomie rozszerzonym

Po regulaminowej, trwającej 45 minut, przerwie między obiema częściami egzaminu, 6715 maturzystów (czyli nieco ponad 80% spośród tych, którzy rozwiązywali zadania arkusza I) przystąpiło do drugiej części egzaminu na poziomie rozszerzonym. Wśród nich było 6591 osób, przystępujących po raz pierwszy do egzaminu. Szczegółowe zestawienie tej grupy zdających egzamin na poziomie rozszerzonym przedstawia tabela 7.

Tabela 7. Liczba przystępujących po raz pierwszy do egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie rozszerzonym w sesji wiosennej 2006 r.

Typ szkoły	Okręg	Woj. dolnośląskie	Woj. opolskie
Liceum ogólnokształcące	5485 (1320*)	4209 (971)	1276 (349)
Liceum profilowane	528 (176)	410 (129)	118 (47)
Liceum uzupełniające	1 (0)	0 (0)	1 (0)
Technikum	577 (138)	387 (84)	190 (54)
Razem	**6591 (1634)**	**5006 (1184)**	**1585 (450)**

** Liczby podane w nawiasach odnoszą się do zdających, którzy wybrali matematykę jako przedmiot dodatkowy.*

W odniesieniu do poziomu rozszerzonego nie można mówić o zdawalności egzaminu, podajemy zatem średnie wyniki procentowe osiągnięte za rozwiązanie zadań z arkusza II. Zaczniemy od wyników w okręgu.

Tabela 8. Średni wynik procentowy za rozwiązanie zadań z arkusza II – dane dla okręgu

Typ szkoły	Średni wynik procentowy	
	matematyka wybrana jako przedmiot obowiązkowy	matematyka wybrana jako przedmiot dodatkowy
Liceum ogólnokształcące	44,2%	24,1%
Liceum profilowane	9,5%	4,2%
Liceum uzupełniające	0,0%	–
Technikum	9,9%	7,5%

Niżej podajemy średnie wyniki procentowe z uwzględnieniem podziału na województwa.

Tabela 9. Średni wynik procentowy za rozwiązanie zadań z arkusza II – podział na województwa

Typ szkoły	Średni wynik procentowy			
	matematyka wybrana jako przedmiot obowiązkowy		matematyka wybrana jako przedmiot dodatkowy	
	województwo		województwo	
	dolnośląskie	opolskie	dolnośląskie	opolskie
Liceum ogólnokształcące	44,1%	44,7%	24,7%	22,5%
Liceum profilowane	8,9%	11,6%	4,5%	3,4%
Liceum uzupełniające	–	0,0%	–	–
Technikum	14,4%	16,1%	7,4%	7,7%

Tabela 10. Wyniki obu województw na tle krajowych przedziałów staninowych – Arkusz II

Staninowy podział wyników	Arkusz I			
	procent zdających (kraj)	**wynik na świadectwie**	**procent zdających (woj. dolnośląskie)**	**procent zdających (woj. opolskie)**
I Stanin – najniższy	4%	0%	**6%**	**5%**
II Stanin – bardzo niski	7%	2%	**4%**	**4%**
III Stanin – niski	12%	4–12%	**17%**	**18%**
IV Stanin – niżej średni	17%	14–24%	**17%**	**18%**
V Stanin – średni	20%	26–40%	**18%**	**19%**
VI Stanin – wyżej średni	17%	42–58%	**17%**	**15%**
VII Stanin – wysoki	12%	60–74%	**12%**	**11%**
VIII Stanin – bardzo wysoki	7%	76–86%	**7%**	**6%**
IX Stanin – najwyższy	4%	88–100%	**3%**	**3%**

Różnic między województwami w powyższej tabeli jest znacznie więcej niż w przypadku wyników z poziomu podstawowego. Maturzyści z obu województw z jednakową częstością osiągali wyniki mieszczące się w staninie II (bardzo niski) i staninie IX (najwyższy) – w porównaniu z krajem są to także wyniki niższe (ale to cieszyć może jedynie w odniesieniu do stanina II).

Łatwo zauważymy, że (poza staninem I) zdający z województwa opolskiego zaprezentowali się nieco gorzej niż ich rówieśnicy z województwa dolnośląskiego. Częściej osiągali wyniki niskie, niżej średnie i średnie, natomiast rzadziej wyniki wyżej średnie, wysokie i bardzo wysokie. Obserwując wyniki staninowe z kraju, martwić powinny wyniki zdających z naszego okręgu w odniesieniu do stanina I i stanina III. Pocieszeniem nie może być fakt, że rzadziej niż w kraju nasi maturzyści osiągali wyniki bardzo niskie. Warto podkreślić, że w kontekście nowelizacji rozporządzenia z 8 września 2006 r., decyzja o wyborze w latach 2007 i 2008 poziomu egzaminu zdawanego z matematyki (patrz: staniny I–V) powinna zapadać po naprawdę głębokim przemyśleniu wszystkich za i przeciw. W tabeli 11. zestawiamy statystyki wszystkich zadań z arkusza II.

- Statystyczny maturzysta osiągnął średnio 17,5 punktu z 50 możliwych. Najczęstszym wynikiem było 0 punktów (387 zdających).
- Wskaźnik łatwości wszystkich zadań z tego arkusza wynosi 0,35. Oznacza to, że ten arkusz był dla zdających **trudny.**
- Odchylenie standardowe równa się 13,2 i wskazuje, że około 70% zdających uzyskało wynik punktowy w przedziale od 4 do 31 punktów.

Tabela 11. Statystyki zadań z arkusza II, egzamin maturalny z matematyki, sesja wiosenna 2006 r. (N = 6715)

	Numer zadania w arkuszu II									
	12.	**13.**	**14.**	**15.**	**16.**	**17.**	**18.**	**19.**	**20.**	**21.**
Maksymalna liczba punktów do uzyskania za zadanie	*5 pkt.*	*5 pkt.*	*4 pkt.*	*4 pkt.*	*3 pkt.*	*6 pkt.*	*7 pkt.*	*7 pkt.*	*4 pkt.*	*5 pkt.*
Średnia liczba uzyskanych punktów	1,63	1,83	1,13	1,79	1,53	0,59	2,05	1,82	2,38	2,52
Wskaźnik łatwości zadania	**0,33**	**0,37**	**0,28**	**0,45**	**0,51**	**0,10**	**0,29**	**0,26**	**0,60**	**0,50**
Współczynnik korelacji zadania z całym arkuszem	**0,82**	**0,81**	**0,77**	**0,64**	**0,55**	**0,62**	**0,82**	**0,86**	**0,71**	**0,76**

- Mediana ma wartość 15 punktów, co oznacza, że co najmniej połowa zdających uzyskała 15 punktów lub więcej, i podobnie, co najmniej połowa zdających uzyskała co najwyżej 15 punktów.
- Rozstęp wyników jest równy 50 punktów. W szczególności, aż 387 zdających (5,8%) nie otrzymało żadnego punktu za swoje rozwiązania, zaś maksymalną liczbę punktów zdobyło 12 maturzystów.
- Wśród dziesięciu zadań w arkuszu jedno okazało się dla zdających **bardzo trudne** (17.), sześć było **trudnych** (12., 13., 14., 15., 18., 19.), a trzy zadania były **umiarkowanie trudne** (16., 20., 21.).
- Siedem z dziesięciu zadań w zestawie stosunkowo wysoko koreluje z całym zestawem. Wyjątki stanowią zadania: 15. (rachunek prawdopodobieństwa), zadanie 16. i zadanie 17. (geometria syntetyczna) – być może z racji istnienia progów trudnych do przebycia już w początkowej fazie ich rozwiązywania.

W tabeli 12. zestawiamy wskaźniki łatwości zadań obliczone dla kraju i dla okręgu.

Tabela 12. Porównanie wskaźników łatwości zadań z arkusza II w kraju i w okręgu – sesja wiosenna 2006 r.

Wskaźnik łatwości zadania	**Numer zadania w arkuszu II**									
	12.	**13.**	**14.**	**15.**	**16.**	**17.**	**18.**	**19.**	**20.**	**21.**
Kraj	0,36	0,40	0,30	0,50	0,56	0,13	0,34	0,29	0,66	0,56
Okręg	0,33	0,37	0,28	0,45	0,51	0,10	0,29	0,26	0,60	0,50

Widać wyraźnie, że oprócz zadania 15. (próg klasy wskaźnika łatwości został przekroczony zaledwie o 0,01) wskaźniki łatwości zadań w okręgu i kraju mieszczą się w tych samych klasach.

Podobnie zatem jak w przypadku poziomu podstawowego, nie ma konieczności dokonywania szczegółowej analizy jakościowej poszczególnych zadań rozwiązywanych przez maturzystów w całym okręgu. Po raz kolejny zatem zachęcamy Państwa do lektury *Sprawozdania z egzaminu maturalnego z matematyki*, dostępnego na internetowej stronie Centralnej Komisji Egzaminacyjnej (www.cke.edu.pl/ /aktualności).

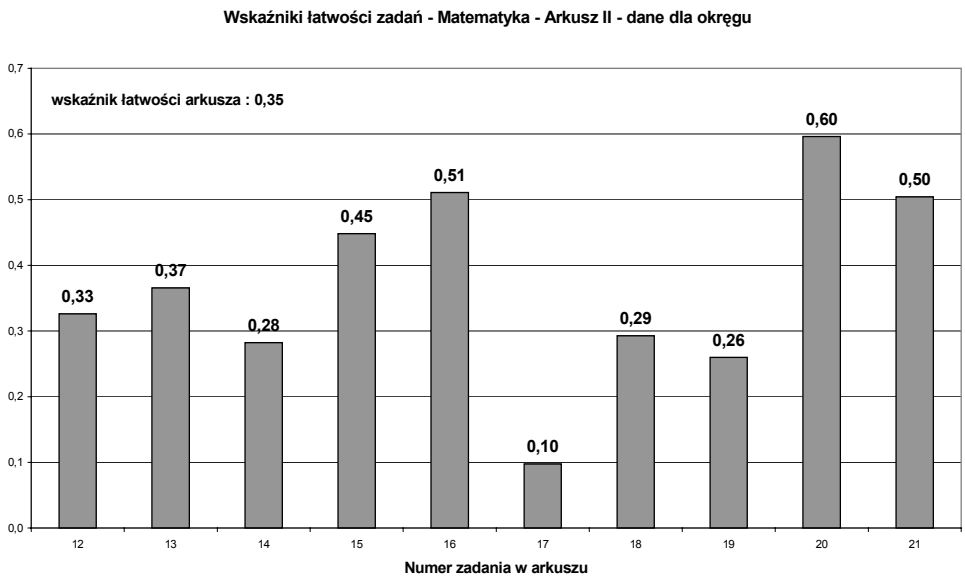
Jednocześnie należy odnotować, że dla zdających z naszego okręgu każde zadanie było trudniejsze niż dla zdających w pozostałych częściach kraju. Różnice są tutaj większe niż w przypadku arkusza I i sięgają od 2 punktów procentowych (zadanie 14.) nawet do 6 punktów procentowych (zadania 20. i 21.).

Na trzech kolejnych wykresach (5., 6. i 7.) przedstawiamy wskaźniki łatwości poszczególnych zadań z tego arkusza, obliczone kolejno dla całego okręgu, poszczególnych województw i typów szkół.

Populację zdających egzamin na poziomie rozszerzonym najsilniej różnicowało zadanie 17., za które można było uzyskać maksymalnie 6 punktów. Skuteczność zdających, mierzona wskaźnikiem łatwości, równa się tutaj zaledwie 10%. Czyżby zatem użycie w danych zadania stosunku długości odcinków, na które punkt podzielił ramię trapezu równoramiennego, wystraszyło zdających na tyle, że aż 74,7% (por. tab. 13.) spośród nich nie otrzymało żadnego punktu za jego rozwiązanie? Do rozwiązania tego zadania wystarczały wszakże umiejętności zastosowania: własności czworokąta wypukłego opisanego na okręgu, twierdzenia Pitagorasa oraz twierdzenia cosinusów.

Sąsiadujące z omawianym, zadanie 16., również dotyczyło geometrii syntetycznej (stosowanie np. twierdzenia sinusów), a uzyskany wskaźnik łatwości jest kilkukrotnie wyższy. Warunkiem powodzenia w zadaniu 17. była poprawna analiza treści zadania i zaplanowanie kilku kroków rozwiązania. Kontekst wykorzystany w zadaniu 16. był bardziej czytelny dla zdających.

Wykres 5. Wskaźniki łatwości poszczególnych zadań z arkusza II, sesja wiosenna 2006 r.



Zastanawia stosunkowo niska wartość wskaźnika łatwości w zadaniu 20. sprawdzającego umiejętność rozwiązywania nierówności wykładniczej. Co czwarty zdający (por. tab. 13.) nie potrafił zdobyć żadnego punktu. Zamiana sformułowania „rozwiąż nierówność ...” na znaczeniowo tożsame „oblicz, dla których argumentów x wartości funkcji f są większe od wartości funkcji g ” posiała wręcz spustoszenie wśród zdających. Czy zatem analiza treści zadań przez zdających, posługiwanie się przez nich poprawnym językiem matematycznym nie stanowią powszechnej bolączki maturzystów? Wyniki osiągnięte w zadaniach 17. i 20. pokazały nie tylko to, że problemy geometrii syntetycznej są umiejętnościowo trudne do rozwiązania (nawet nie na egzaminie) – język poleceń także może stanowić barierę dla zdającego.

Podobne refleksje wywołują wyniki zadania 18. – typowe zadanie optymalizacyjne, w którym zdający wyznaczali wymiary graniastosłupa prawidłowego trójkątnego, wiedząc, że jego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze i mając daną jego objętość. Mimo „oswojonej” procedury postępowania, zdających gubiły: błędna analiza zadania (przyjmowanie np., że wysokość graniastosłupa jest równa krawędzi jego podstawy, albo, że krawędź podstawy jest konkretną liczbą), nieznajomość odpowiednich wzorów (były w *Zestawie wybranych wzorów matematycznych*), błędy w przekształcaniu wzorów, błędy w obliczaniu pochodnej funkcji. Ponadto w zadaniu 18. podobnie jak i w zadaniu następnym, niektórzy maturzyści mieli kłopoty z czytaniem ze zrozumieniem. Mianowicie, zamiast graniastosłupa rozważali ostrosłup prawidłowy trójkątny, natomiast w zadaniu 19. nie doczytywali, że wszystkie wyrazy ciągu są liczbami różnymi od zera.

Zadania 17. i 18. wymagały przeanalizowania treści zadania i sporządzenia planu rozwiązania. Tymczasem niskie wyniki osiągnięte przez zdających w zadaniach 12., 13. i 14. pokazały, że kłopoty sprawiały im także: przeprowadzenie dowodu indukcyjnego, rozumienie własności ciągu liczbowego czy też sporządzanie wykresów funkcji trygonometrycznych z wartością bezwzględną, czyli umiejętności korzystania z informacji (standard II).

Wskaźniki łatwości obliczone dla obu województw (por. wykres 6.) pokazały, że każde zadanie w arkuszu II jest w tej samej klasie łatwości niezależnie od tego, z którego województwa pochodził zdający. Największą różnicę (5 punktów procentowych) na korzyść maturzystów z woj. opolskiego odnotowano w zadaniu 16. Jednak sąsiadujące z nim zadanie 17. (również dotyczące geometrii syntetycznej) jest już łatwiejsze (o 1 punkt procentowy) dla maturzysty z woj. dolnośląskiego.

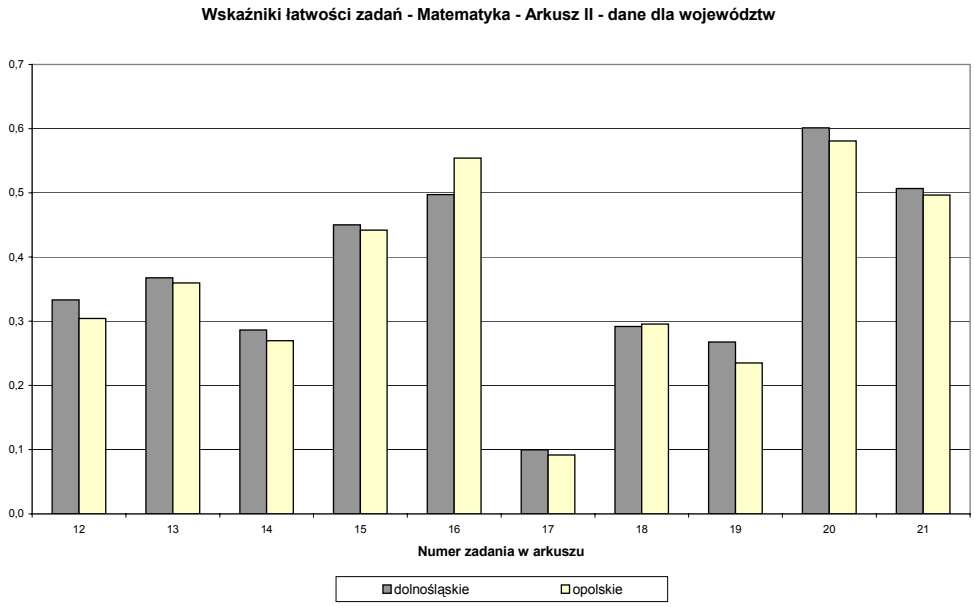
Wykres 7. pokazuje, że wskaźnik łatwości zadania silnie zależy od typu szkoły. Dla absolwentów liceów profilowanych wśród zadań z arkusza II tylko jedno zadanie było trudne (nr 16.), wszystkie pozostałe były bardzo trudne.

Nieco lepiej zaprezentowali swe umiejętności absolwenci techników. Cztery zadania (15., 16., 20. i 21.) były dla nich trudne, pozostałych sześć to zadania bardzo trudne.

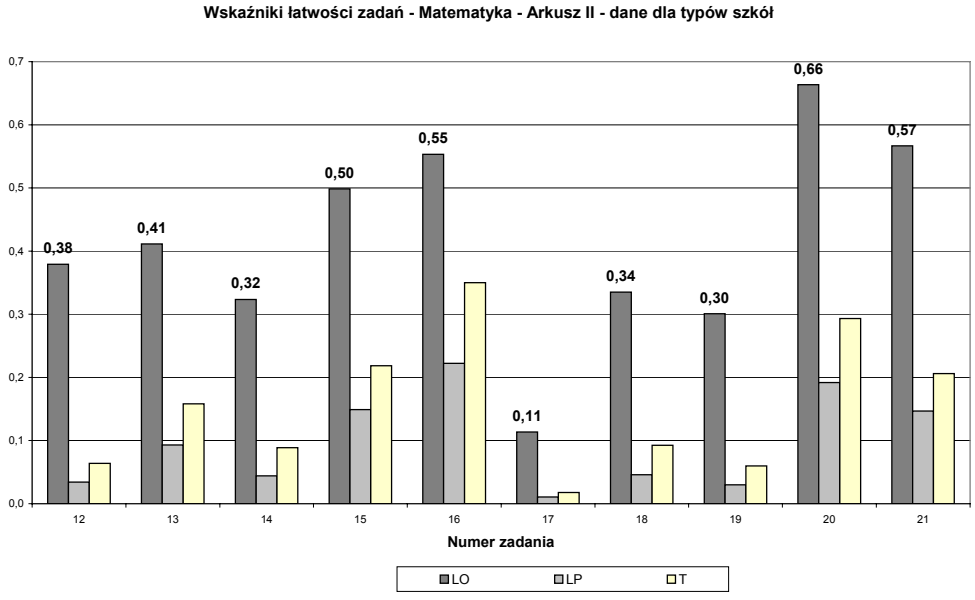
Absolwenci liceów ogólnokształcących zdobywali najwięcej punktów w każdym zadaniu z arkusza II. Jednak tylko w zadaniu 15. nastąpiła zmiana klasy łatwości zadania, obliczona wcześniej dla całego

okręgu (por. wykres 5.) – w okręgu było to zadanie trudne, natomiast dla absolwentów LO było ono umiarkowanie trudne. Największy przyrost wskaźnika łatwości (równy 7 punktom procentowym) licealiści zanotowali w zadaniu 21. (szkicowanie wykresu funkcji o podanych własnościach – w tym także stosowanie własności pochodnej funkcji), zaś najmniejszy (1 punkt procentowy) w zadaniu 17. (geometria syntetyczna).

Wykres 6. Wskaźniki łatwości poszczególnych zadań z arkusza II obliczone dla obu województw



Wykres 7. Wskaźniki łatwości zadań z arkusza II obliczone dla poszczególnych typów szkół

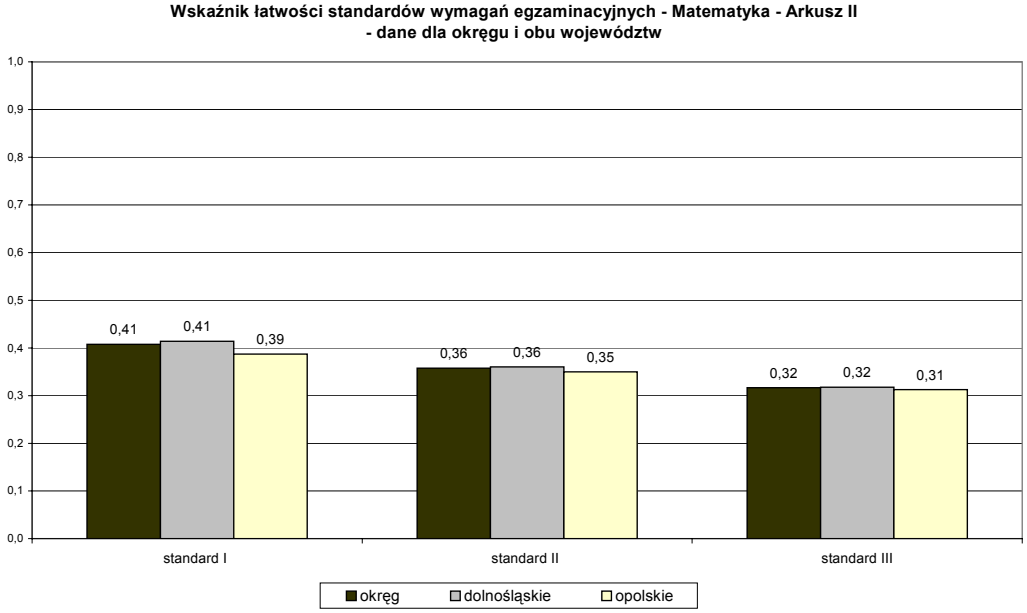


Podobnie jak dla arkusza I, prezentujemy Państwu (tab. 13.) procentowe rozkłady punktów za poszczególne zadania rozwiązywane w arkuszu II. Z pewnością martwić muszą duże liczebności grup zdających, którzy nie zdobywali żadnego punktu w zadaniach (od 25,8% w zadaniu 20. do 74,7% w zadaniu 17.). Przypomnijmy, że najczęściej powtarzającym się wynikiem było w tej grupie zdających 0%, taki wynik uzyskało aż 387 osób (w sesji wiosennej 2005 roku tylko (?) 105 zdających nie otrzymało żadnego punktu). Z kolei maksymalny wynik osiągnęło 12 zdających (w roku 2005 – były tylko 3 takie osoby).

Tabela 13. Procentowy rozkład zdobywanych punktów za poszczególne zadania – Arkusz II

Liczba pkt.	Numer zadania w arkuszu/wskaźnik łatwości zadania/procent zdających									
	12.	**13.**	**14.**	**15.**	**16.**	**17.**	**18.**	**19.**	**20.**	**21.**
	0,33	**0,37**	**0,28**	**0,45**	**0,51**	**0,10**	**0,29**	**0,26**	**0,60**	**0,50**
0 pkt.	45,1%	26,6%	48,3%	46,6%	35,9%	74,7%	43,6%	44,9%	25,8%	24,7%
1 pkt	14,1%	24,9%	23,4%	7,5%	15%	12,2%	12,7%	13,8%	7,8%	17,3%
2 pkt.	10,5%	14,2%	6,5%	3,8%	9,1%	2,8%	8,9%	9,1%	7,8%	8,1%
3 pkt.	9,4%	17,9%	10,6%	4,3%	40%	5,3%	10,2%	5,6%	19,2%	8,7%
4 pkt.	4,7%	5,9%	11,2%	37,8%		1,6%	3,5%	8,4%	39,4%	13,4%
5 pkt.	16,2%	10,4%				1,7%	5%	13,3%		27,8%
6 pkt.						1,7%	8%	1,4%		
7 pkt.							8%	3,5%		

Wykres 8. Wskaźniki łatwości standardów wymagań egzaminacyjnych obliczone dla okręgu i obu województw



Na wykresie 8. przedstawiono wskaźniki łatwości standardów badanych zadaniami z arkusza II, obliczone dla okręgu i obu typów szkół. Nieco wyraźniejsza staje się ilustracja hierarchii standardów. Punkty za umiejętności opisane standardem III zdobywa najmniej zdających. Obliczone wskaźniki plasują wszystkie standardy w tej samej klasie łatwości, czy to dla całego okręgu, czy to dla poszczególnych województw. Między województwami zaś różnice są nieznaczne.

3. Podsumowanie i wnioski

1. Do egzaminu maturalnego z matematyki, zdawanej jako przedmiot obowiązkowy, przystąpiło w 2006 roku niecałe 16% tych maturzystów, którzy po raz pierwszy zdawali egzamin (wobec 24,5% w roku ubiegłym). Jednocześnie zdawalność matematyki wybieranej jako przedmiot obowiązkowy wzrosła z 83,4% w roku 2005 do 93,1% w roku bieżącym.
2. Zdawalność matematyki na egzaminie maturalnym była w bieżącym roku najwyższa w liceach ogólnokształcących i sięgała 98%. W technikach wyniosła 85,5%, liceach profilowanych 75,8%, zaś w liceach uzupełniających tylko 29,4%.
3. Średni wynik procentowy zdających za rozwiązanie zadań z arkusza I był równy 63% i znacznie przewyższał średni wynik procentowy dla arkusza II, gdzie równał się 35%. Dla porównania, w roku ubiegłym średnie wyniki procentowe równały się odpowiednio: 52,4% i 32,4%.

4. W kontekście noweli rozporządzenia MEN z 8 września 2006 r. niepomiernie wzrasta rola świadomego i odpowiedzialnego wyboru przedmiotu egzaminacyjnego, a przede wszystkim poziomu jego zdawania. Niska wartość średniego wyniku procentowego na poziomie rozszerzonym była spowodowana m.in. faktem, że najliczniejsza grupa zdających (387 osób) nie zdobyła żadnego punktu za rozwiązania zadań z arkusza II.
5. W procesie przygotowania uczniów do egzaminu maturalnego z matematyki należałoby zwrócić szczególną uwagę na:
   - uporządkowanie wymagań ze względu na hierarchię standardów wymagań egzaminacyjnych (rozumienie pojęć – korzystanie z informacji – tworzenie informacji),
   - kształcenie umiejętności rozumienia pojęć, rozpoznawania tych samych pojęć w różnych ujęciach,
   - kształcenie umiejętności poprawnej analizy i interpretacji treści zadania, budowanie planu rozwiązania zadania,
   - budowanie modeli matematycznych w zadaniach tzw. kontekstu realistycznego,
   - kształcenie umiejętności logicznego wnioskowania oraz czytelnego zapisywania swojego toku myślenia.